11,75/20

Exercice 1 0,25

1)

2a) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\0\\5\end{pmatrix}$ $\vec{BC}\begin{pmatrix}0\\4\\-5\end{pmatrix}$ $\vec{n}\begin{pmatrix}20\\15\\12\end{pmatrix}$

* $\vec{n}\cdot\vec{AB} = (-3)\times 20 + 0\times 15 + 5\times 12 = -60+60 = 0$

 donc $\vec{n} \perp \vec{AB}$

* $\vec{n}\cdot\vec{BC} = 0\times 20 + 4\times 15 + (-5)\times 12 = 60-60=0$

 donc $\vec{n} \perp \vec{BC}$

2,25

* $\begin{cases} 0 = 0\times 4 \\ 5 \neq 0\times(-5)\end{cases}$ donc $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ ne sont pas colinéaires

* $\left.\begin{array}{l} \vec{n}\perp\vec{AB} \\ \vec{n}\perp\vec{BC} \\ \vec{AB} \text{ et } \vec{BC} \text{ ne sont pas colinéaires}\end{array}\right\}$ donc $\vec{n}$ est normal au plan P.

2b) $P: ax+by+cz+d=0$

$\vec{n}$ est normal à P donc $P: 20x+15y+12z+d=0$

1

Or $A\in P$ ssi $20\times 3 + 15\times 0 + 12\times 0 + d = 0$

ssi $d=-60$

donc $P: 20x+15y+12z-60=0$

3) $d(O;P) = \dfrac{|20\times 0 + 15\times 0 + 12\times 0 + (-60)|}{\sqrt{20^2+15^2+12^2}} = \dfrac{60}{\sqrt{769}} \simeq 2{,}16$

1

0,5 a)

4a) (OE) a pour vecteur directeur $\vec{u} = \vec{OE}$

$\left.\begin{array}{l} * \ \vec{OE}\begin{pmatrix}3\\-2\\5\end{pmatrix} \\ * \ (OE) \text{ passe par le point } O\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\end{array}\right\}$ donc (OE) : $\begin{cases} x = 0+3t \\ y = 0-2t \\ z = 0+5t \end{cases}$

1,25 / 1,5

donc (OE) : $\begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = 5t \end{cases}$

faux

avec $t \in \cancel{\mathbb{Z}}$ [ℝ]

4b) $F = P \cap (OE)$

$\begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = 5t \\ 20x + 15y + 12z - 60 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = 5t \\ 20\times 3t + 15\times(-2t) + 12\times(5t) - 60 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = 5t \\ 60t - 30t + 60t = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = 5t \\ t = \frac{60}{90} = \frac{2}{3} \end{cases}$

1,5

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{-4}{3} \\ z = \frac{10}{3} \\ t = \frac{2}{3} \end{cases}$ donc $F\left(2\,;\,\frac{-4}{3}\,;\,\frac{10}{3}\right)$

5) Soit S la sphère de centre B passant par O

S : $(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-5)^2 = R^2$

S : $x^2 + y^2 + (z-5)^2 = R^2$

Or $O \in S$ ssi $0^2 + 0^2 + (0-5)^2 = R^2$

ssi $(-5)^2 = R^2$

1

ssi $25 = R^2$

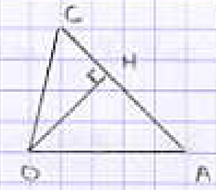
ssi $R = 5$

donc S : $x^2 + y^2 + (z-5)^2 = 25$

6a) $\vec{OB}\begin{pmatrix}0\\0\\5\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-3\\4\\0\end{pmatrix}$

1 $\vec{OB}\cdot\vec{AC} = 0\times(-3) + 0\times 4 + 5\times 0 = 0$

donc $(OB)\perp(AC)$



6b) $(OB)\perp(AC)$ d'après 6~~b~~a)

donc $\vec{OB}\cdot\vec{AC}=0$

$(\vec{OH}+\vec{HB})\cdot\vec{AC}=0$

$\vec{OH}\cdot\vec{AC}+\vec{HB}\cdot\vec{AC}=0$

Or H est le pied de la hauteur issue de O du triangle OAC donc $(OH)\perp(AC)$ donc $\vec{OH}\cdot\vec{AC}=0$

2 donc $\vec{OH}\cdot\vec{AC}+\vec{HB}\cdot\vec{AC}=0$

$0+\vec{HB}\cdot\vec{AC}=0$

$\vec{HB}\cdot\vec{AC}=0$

donc $(BH)\perp(AC)$

$\frac{8}{8}$ Exercice 2

1) S : obtenir une étiquette ne comportant pas d'adresse erronée $p=\frac{5880}{6000}$

$\bar{S}$: obtenir une adresse comportant une adresse erronée. $q=\frac{120}{6000}$

Epreuve de Bernouilli répétée 10 fois de manière identique et indépendante.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès

2,5 X suit la loi binômiale

$p(3 \text{ erronées}) = p(X=7) = \binom{10}{7}\times\left(\frac{5880}{6000}\right)^7\times\left(\frac{120}{6000}\right)^{10-7}$

$= p(7 \text{ justes})$

$= \binom{10}{7}\times\left(\frac{5880}{6000}\right)^7\times\left(\frac{120}{6000}\right)^3$

$= 0{,}000833$

2) R : obtenir une boule rouge
N : obtenir une boule noire

Nombre de tirages possibles : $\binom{11}{4} = 330$

Ω est l'ensemble des tirages possibles

1,5

$p(2R ; 2N) = \dfrac{\binom{5}{2} \times \binom{6}{2}}{\binom{11}{4}} = \dfrac{5}{11} \simeq 0,45$

3) $p(t \geqslant 2500) = p([2500 ; +\infty[)$

$= 1 - p([0 ; 2500])$

$= 1 - \int_0^{2500} 0,0005 \times e^{-0,0005x} \, dx$

$= 1 - \left[-e^{-0,0005x} \right]_0^{2500}$

1,5

$= 1 - \left(-e^{-0,0005 \times 2500} + e^0 \right)$

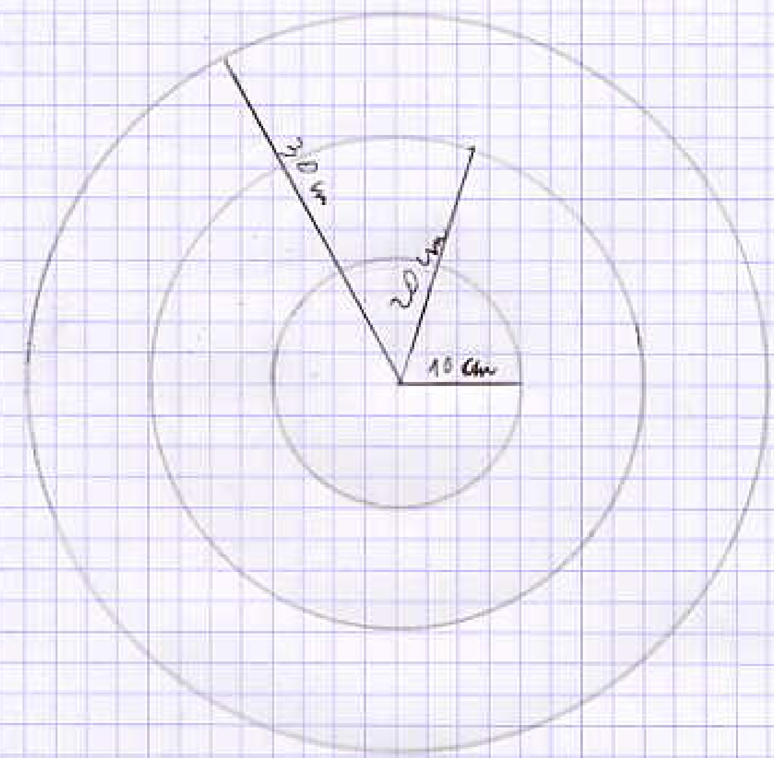
$= 1 + e^{-1,25} - 1$

$= e^{-1,25}$

$\simeq 0,287$

Exo 2 : 4

$\boxed{\text{aire d'un disque} = \pi \times \text{rayon}^2}$



- aire du disque $= \pi \times 30^2 = 900\pi$
- aire de la zone la + éloignée du centre

$= $ aire du disque $-$ aire du disque de rayon 20 cm

$= 900\pi - 20^2\pi$

$= 500\pi$

- Tableau de proportionnalité :

aire	900π	500π
proba	1	p

(le tireur atteint toujours la cible donc 900π correspond à proba de 1)

donc $p = \frac{500\pi}{900\pi}$ donc $p = \frac{5}{9}$