1)a) J_n : « le jardinier obtient ~~n~~ une tulipes jaunes » $p = \frac{1}{4}$ } épreuve de

$\overline{J_n}$: « le jardinier n'obtient pas de tulipe jaune » $q = \frac{3}{4}$ } Bernoulli

répétée 50 fois de façon identique et indépendante

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

X suit la loi binominale.

Donc la loi binominale est la loi de probabilité qui suit le nombre de tulipes jaunes obtenues à partir de 50 bulbes du lot 1.

b) $E(X) = N \times p$ car X suit la loi binomiale !

$= 50 \times \frac{1}{4}$

$= 12,5$

c) $p_A(J_n) = p(X=n) = \binom{50}{n}\left(\frac{1}{4}\right)^n\left(\frac{3}{4}\right)^{50-n}$

d) $p(X=15) = \binom{50}{15}\left(\frac{1}{4}\right)^{15}\left(\frac{3}{4}\right)^{35} = 0,089$

2)a) J_n : « le jardinier obtient ~~n~~ une tulipes jaunes » $p = \frac{1}{2}$ } épreuve de

$\overline{J_n}$: « le jardinier n'obtient pas de tulipes jaune » $q = \frac{1}{2}$ } Bernoulli

répétée 50 fois de façon identique et indépendante

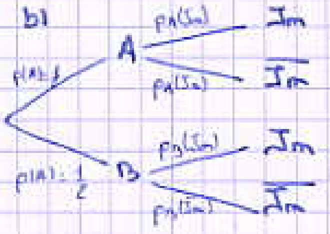
Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre du succès.

X suit la loi binominale.

$p(X=m) = \binom{50}{m}\left(\frac{1}{2}\right)^m\left(\frac{1}{2}\right)^{50-m} = \binom{50}{m}\left(\frac{1}{2}\right)^{m+50-m} = \binom{50}{m}\left(\frac{1}{2}\right)^{50} = \binom{50}{m}2^{-50}$

$p(X=m)$ est la probabilité d'obtenir m tulipes jaunes en prenant 50 bulbes du lot 2 donc $p(X=m) = p_B(J_m)$. Donc $p_B(J_m) = \binom{50}{m}2^{-50}$

b)



$$p(J_m) = p(A)\times p_A(J_m) + p(B)\times p_B(J_m)$$
$$= \frac{1}{2}\times\binom{50}{m}\left(\frac{1}{4}\right)^m\left(\frac{3}{4}\right)^{50-m} + \frac{1}{2}\binom{50}{m}2^{-50}$$
$$= \frac{1}{2}\binom{50}{m}\left[\left(\frac{1}{4}\right)^m\left(\frac{3}{4}\right)^{50-m} + 2^{-50}\right]$$

c) $p_m = P_{J_m}(A)$ or $P_{J_m}(A) = \frac{p(J\cap A)}{p(J_m)}$

Donc $p_m = \frac{p(J\cap A)}{p(J_m)} = \frac{p(A)\times p_A(J_m)}{p(J_m)}$

$$= \frac{\frac{1}{2}\binom{50}{m}\left(\frac{1}{4}\right)^m\left(\frac{3}{4}\right)^{50-m}}{\frac{1}{2}\binom{50}{m}\left[\left(\frac{1}{4}\right)^m\left(\frac{3}{4}\right)^{50-m}+2^{-50}\right]} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^m\left(\frac{3}{4}\right)^{50-m}}{\left(\frac{1}{4}\right)^m\left(\frac{3}{4}\right)^{50-m}+2^{-50}}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^m\times\frac{3^{50-m}}{4^{50-m}}}{\left(\frac{1}{4}\right)^m\times\frac{3^{50-m}}{4^{50-m}}+2^{-50}}\times\frac{4^{50-m}}{4^{50-m}} = \frac{4^{-m}\times 3^{50-m}}{4^{-m}\times 3^{50-m}+2^{-50}\times 4^{50-m}}$$

$$= \frac{3^{50-m}\times 4^{-m}}{(3^{50-m}+2^{-50}\times 4^{50})\times 4^{-m}} = \frac{3^{50-m}}{3^{50-m}+2^{-50}\times 4^{50}}$$

$$= \frac{3^{50-m}}{3^{50-m}+2^{-50}\times 2^{50}\times 2^{50}} = \frac{3^{50-m}}{3^{50-m}+2^{50}\times 1}$$

$$p_m = \frac{3^{50-m}}{3^{50-m}+2^{50}}.$$

d) $p_m = \dfrac{3^{50-m}}{3^{50-m}+2^{50}} \geq 0,9$

$3^{50-m} \geq 0,9(3^{50-m}+2^{50})$ car $\cancel{0 \leq m \leq 50}$ donc $3^{50-m}+2^{50} > 0$

Aucun rapport

$3^{50-m} \geq 0,9 \times 3^{50-m} + 0,9 \times 2^{50}$

$3^{50-m} - 0,9 \times 3^{50-m} \geq 0,9 \times 2^{50}$

$3^{50-m}(1-0,9) \geq 0,9 \times 2^{50}$

$3^{50-m} \times 0,1 \geq 0,9 \times 2^{50}$

$3^{50} \times 3^{-m} \geq \dfrac{0,9 \times 2^{50}}{0,1}$ car $0,1 > 0$

$3^{-m} \geq \dfrac{0,9 \times 2^{50}}{0,1 \times 3^{50}}$

tout est >0 $\ln(3^{-m}) \geq \ln\left(\dfrac{0,9 \times 2^{50}}{0,1 \times 3^{50}}\right)$

$-m\ln 3 \geq \ln\left(\dfrac{0,9 \times 2^{50}}{0,1 \times 3^{50}}\right)$

$-m \geq \dfrac{\ln\left(\dfrac{0,9 \times 2^{50}}{0,1 \times 3^{50}}\right)}{\ln 3}$ car $\ln 3 > 0$

$\dfrac{-\ln\left(\dfrac{0,9 \times 2^{50}}{0,1 \times 3^{50}}\right)}{\ln 3} \geq m$

Or $-\dfrac{\ln\left(\dfrac{0,9 \times 2^{50}}{0,1 \times 3^{50}}\right)}{\ln 3} \approx 16,45$

Donc $m \leq 16$

$p_m \geq 0,9$ pour $m \leq 16$.