

Ex 68 p. 121

1. a) $f = S(M(m); k; \theta) : N(\mathbb{C}) \rightarrow R(\mathbb{C})$

+ angle $\theta = (\vec{MN}; \vec{MR}) = -\frac{\pi}{4}$ (car MNR rectangle et isocèle)

+ rapport $k = \frac{MR}{MN}$

or MNR est rectangle en R

donc $\cos(\vec{MN}; \vec{MR}) = \frac{MR}{MN}$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = k$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = k$$

donc $f = S\left(4; \frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\pi}{4}\right)$

b) f a un centre donc ce n'est pas une translation

Donc comme f est une similitude directe f est de la forme $z' = az + b$.

On a $\lambda = a\alpha + b$

$$\left. \begin{array}{l} |\alpha| = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \arg(\alpha) = -\frac{\pi}{4} \end{array} \right\} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i \right)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} i$$

$$\alpha = \frac{1-i}{2}$$

$$\lambda = \frac{1-i}{2} \alpha + b$$

$M(m)$ est le centre de f donc :

$$m = am + b$$

$$b = m(1-a)$$

$$= m \left(1 - \frac{1+i}{2} \right)$$

$$= m \left(\frac{2-1-i}{2} \right)$$

$$b = \frac{1-i}{2} m$$

$$n = \frac{1-i}{2} m + \frac{1+i}{2} m$$

$$n = \frac{1+i}{2} m + \frac{1-i}{2} m \quad \text{d'après } a \neq b \quad \checkmark$$

$$2) u - s = \frac{1+i}{2} q + \frac{1-i}{2} m - \frac{1+i}{2} m - \frac{1-i}{2} p$$

$$= \frac{1+i}{2} (q-m) + \frac{1-i}{2} (m-p) \quad \checkmark$$

$$i(t-n) = i \left(\frac{1+i}{2} p + \frac{1-i}{2} q - \frac{1+i}{2} m - \frac{1-i}{2} m \right)$$

$$= \frac{i-1}{2} p + \frac{i+1}{2} q - \frac{i-1}{2} m - \frac{i+1}{2} m$$

$$= \frac{1+i}{2} (q-m) - \frac{1-i}{2} p + \frac{1-i}{2} m$$

$$= \frac{1+i}{2} (q-m) + \frac{1-i}{2} (m-p) \quad \checkmark$$

$$i(t-n) = u-s \quad \checkmark$$

$$b) |u-s| = |i(t-n)|$$

$$|u-s| = |i| |t-n|$$

$$|u-s| = |i| \times |t-n|$$

$$|u-s| = 1 \times |t-n|$$

$$SU = RT \quad \checkmark$$

$$v \quad m-s = i(t-n)$$

$$\arg(m-s) = \arg[i(t-n)] \\ = \arg(i) + \arg(t-n)$$

$$\arg(m-s) = \frac{\pi}{2} + \arg(t-n)$$

$$\arg(m-s) - \arg(t-n) = \frac{\pi}{2}$$

$$\arg\left(\frac{m-s}{t-n}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$(\overrightarrow{RT}; \overrightarrow{SU}) = \frac{\pi}{2}$$

donc les droites (SU) et (TR) sont perpendiculaires.