Corrigé exercices supplémentaires

Exercice 1

Programme $\begin{cases} \text{Max } U = 6\, X^{3/4}.Y^{1/4} \\ \text{S/C: } 3000 = 750\, X + 250\, Y \end{cases}$

A l'optimum, TMS = rapport des prix ➔ $\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{Px}{Py} => \frac{\frac{9}{2}X^{-1/4}\,Y^{1/4}}{\frac{3}{2}X^{3/4}Y^{-3/4}} = \frac{Px}{Py} => \frac{3Y}{X} = \frac{Px}{Py} = \frac{750}{250} = 3$

On fait le produit en croix: 3Y = 3X ➔ Y = X

On remplace dans la contrainte: 3000 = 750 X + 250(X) ➔ 3000 = 1000 X ➔ X = 3 = Y

Donc: Albert pourra partir 3 semaines à la mer et 3 semaines à la montagne.

Exercice 2

Fonction d'utilité: $U(X,Y) = 2X^{1/2}.Y^{1/3}$

a) <u>Calcul des utilités marginales et TMS:</u>

UmX = $\frac{\partial U}{\partial X} = X^{-1/2}.Y^{1/3}$ UmY = $\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{2}{3}.X^{1/2}.Y^{-2/3}$

TMS = $\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{X^{-1/2}.Y^{1/3}}{\frac{2}{3}.X^{1/2}.Y^{-2/3}} = \frac{3Y}{2X}$

b) <u>Recherche des fonctions de demande</u>

$\frac{3Y}{2X} = \frac{Px}{Py} => 3PyY = 2PxX => Y = \frac{2PxX}{3Py}$

On remplace dans la contrainte: $R - PxX - Py\left[\frac{2PxX}{3Py}\right] = 0 => R - \frac{5}{3}PxX = 0 => X = \frac{3R}{5Px}$ C'est la fonction de demande du bien X.

Pour le bien Y: $Y = \frac{2PxX}{3Py} ==> Y = \frac{2Px\left[\frac{3R}{5Px}\right]}{3Py} ==> Y = \frac{2R}{5Py}$ C'est la fonction de demande du bien Y.

c) Si R = 1000, Px = 10 et Py = 20, alors Y = 2000/100 = 20 et X = 3000/50 = 60. Le niveau d'utilité ressenti par le consommateur sera alors de: $2.60^{1/2}.20^{1/3}$ = 42,05

Exercice 3

a) <u>Calcul des utilités marginales et TMS:</u>

UmX = $\frac{\partial U}{\partial X} = 5.Y^{1/5}$ UmY = $\frac{\partial U}{\partial Y} = X.Y^{-4/5}$

TMS = $\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{5.Y^{1/5}}{X.Y^{-4/5}} = \frac{5Y}{X}$

b) <u>Recherche des fonctions de demande</u>

$\frac{5Y}{X} = \frac{Px}{Py} => 5PyY = PxX => Y = \frac{PxX}{5Py}$

On remplace dans la contrainte: $R - PxX - Py\left[\frac{PxX}{5Py}\right] = 0 => R - \frac{6}{5}PxX = 0 => X = \frac{5R}{6Px}$ C'est la fonction de demande du bien X.

Pour le bien Y: $Y = \frac{PxX}{5Py} ==> Y = \frac{Px\left[\frac{5R}{6Px}\right]}{5Py} ==> Y = \frac{R}{6Py}$ C'est la fonction de demande du bien Y.

c) Si R = 3000, Px = 50 et Py = 100, alors X = 15000/300 = 50 et Y = 3000/600 = 5. Le niveau d'utilité ressenti par le consommateur sera alors de: $5.50.5^{1/5}$ = 344,93

Problème

La fonction d'utilité est: $U(X,Y) = 3X^{1/3}.Y^{1/3}$

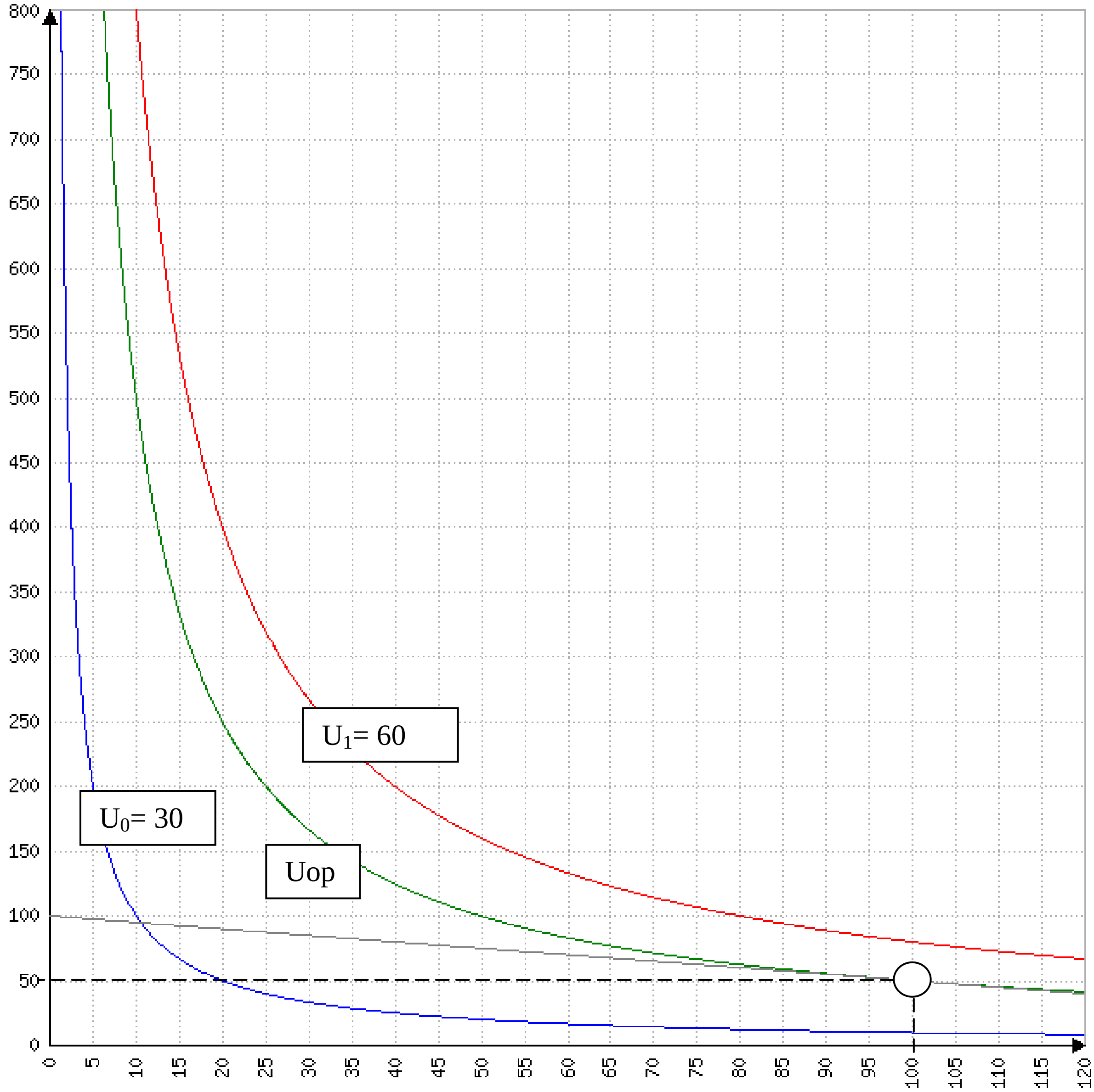
1. Courbes d'indifférence

Pour $U_0 = 30$: $3X^{1/3}.Y^{1/3} = 30 \Rightarrow X^{1/3}.Y^{1/3} = 10 \Rightarrow Y^{1/3} = \frac{10}{X^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow Y = \frac{1000}{X}$

Pour U1 = 60: $3X^{1/3}.Y^{1/3} = 60 \Rightarrow X^{1/3}.Y^{1/3} = 20 \Rightarrow Y^{1/3} = \frac{20}{X^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow Y = \frac{8000}{X}$

Tableau de valeurs:

X	**0**	**10**	**20**	**30**	**40**	**60**	**80**	**90**	**100**
U_0	-	100	50	33,33	25	16,66	12,5	11,11	10
U_1	-	800	400	266,66	200	133,33	100	88,88	80



2. Utilités marginales et TMS

UmX = $\frac{\partial U}{\partial X} = X^{-2/3}.Y^{1/3}$ UmY = $\frac{\partial U}{\partial Y} = X^{1/3}.Y^{-2/3}$

TMS = $\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{X^{-2/3}.Y^{1/3}}{X^{1/3}.Y^{-2/3}} = \frac{Y}{X}$

3. Recherche des fonctions de demande

$\frac{Y}{X} = \frac{Px}{Py} => PyY = PxX => Y = \frac{PxX}{Py}$

On remplace dans la contrainte: $R - PxX - Py\left[\frac{PxX}{Py}\right] = 0 => R - 2PxX = 0 => X = \frac{R}{2Px}$ C'est la fonction de demande du bien X.

$Y = \frac{R}{2Py}$ C'est la fonction de demande du bien Y

4. <u>Droite de budget et courbe d'indifférence optimale</u>

Si R= 2400 Px= 12 et Py=24, alors la droite de budget s'écrit: 2400 = 12X + 24Y => Y = - 1/2 X + 100 . On la trace sur le graphique précédent.

Pour ces valeurs, la demande de X est de 100 et celle de Y est de 50. Le niveau d'utilité atteint est:

$$3.(100)^{1/3}.(50)^{1/3} = 51,3$$

Traçons la courbe d'indifférence correspondant à ce niveau:

$$3X^{1/3}.Y^{1/3} = 51,3 => Y = \frac{5000}{X}$$

Tableau de valeurs:

X	**0**	**10**	**20**	**30**	**40**	**60**	**80**	**90**	**100**
Y	-	500	250	166,66	125	83,33	62,5	55,55	50

Et on trace la fonction sur le graphique précédent.
