Tp ϕ13 LA CHUTE VERTICALE AVEC FROTTEMENT

RESOLUTION D'UNE EQUATION DIFFERENTIELLE PAR UNE METHODE NUMERIQUE ITERATIVE

BUTS DE LA MANIPULATION.

Etudier, à partir d'une vidéo et à l'aide du logiciel de pointage Latispro et d'un tableur, l'évolution au cours du temps de la vitesse d'un objet qui tombe verticalement.
Confronter les résultats expérimentaux, à une prévision théorique réalisée à l'aide de la méthode d'Euler.

TRAVAIL PRELIMINAIRE.

En utilisant une caméra vidéo, le professeur a filmé la chute verticale:

- d'une balle de masse volumique $\rho_{Bille} = 4{,}490 \times 10^3$ kg.m^{-3}
- dans un fluide de masse volumique $\rho_{Liquide} = 860$ kg.m^{-3}.

POINTAGE DES POSITIONS DE LA BILLE

❑ A partir du logiciel de pointage Latispro  ouvrir le fichier vidéo: Cliquez sur le bouton d'ouverture d'un clip  puis sélectionnez en bas à gauche de la nouvelle fenêtre Fichiers. Le fichier est contenu dans le dossier ....

....

❑ Etalonner très soigneusement l'écran à l'aide de la toise.

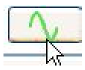
❑ Sur cette première image, choisir le centre de la balle comme origine des axes, l'axe vertical étant orienté vers le bas.

❑ Faire défiler les images pour repérer l'image qui précède juste celle où la balle commence sa chute. La date de cette image sera notée t_0.

❑ Cliquez sur sélection manuelle des points, et débuter le pointage sur cette même image. Pointez avec soin les positions successives de la bille.

❑ Fermez la fenêtre après le relevé du dernier point en cliquant 

TRAJECTOIRE DE LA BILLE

❑ Cliquez sur le bouton  pour faire apparaître les courbes "Mouvement de X" et "Mouvement de Y" .

❑ Faites glisser Mouvement de Y sur l'axe vertical du graphe. Clic droit sur Mouvement de Y sur l'axe vertical. Choisissez Propriétés / Clic gauche sur la coube à côté de style / Choisir un affichage de la courbe en "Ronds"/ Valider.

1. A partir de ce document, que peut-on dire de la nature du mouvement de la chute ? Enoncer les lois de Newton qui régissent chacune de ces deux phases.

VITESSE VERTICALE DE LA BILLE: APPROCHE EXPERIMENTALE.

Nous allons utiliser les fonctionnalités du logiciel, pour créer la grandeur vitesse verticale expérimentale v_{Exp}.

❑ Aller dans Traitements / Calculs spécifiques / Dérivée. Faites glisser "Mouvement de Y"/ Calcul. La grandeur "Dérivée du Mouvement de Y" est crée. Fermer la fenêtre en cliquant sur $\otimes$

❑ Afficher une nouvelle page en cliquant sur Fenêtres : Nouvelle Fenêtre.

❑ Faites glisser la courbe représentative de la vitesse verticale expérimentale v_{Exp} sur l'axe vertical de la courbe. Clic droit sur v_{Exp} sur l'axe vertical. Choisissez Propriétés / Clic gauche sur la coube à côté de style / Choisir un affichage de la courbe en "Ronds"/ Valider.

2. La courbe $v_{Exp} = f(t)$ obtenue expérimentalement, confirme-t-elle vos réponses données à la question 1 ?

3. Estimer la valeur v_{Lim} de la vitesse limite et reporter cette valeur dans le tableau. Préciser son unité.

CONFRONTATION DES RESULTATS A UNE PREVISION THEORIQUE REALISEE A L'AIDE DE LA METHODE D'EULER

On envisage l'expression de la force de frottement fluide exercée par le fluide sur la bille pendant son déplacement, sous la forme

$$f = k \cdot v$$

Dans le cours, nous avons pu établir l'équation différentielle, de la forme $\frac{dv}{dt} = A - B \times v$

4. A partir de votre cours, identifier les constantes A et B et les exprimer en fonction des données de l'énoncé. Les calculer si cela est possible et reporter la (ou les) valeur(s) dans le tableau. Préciser leurs unités.

5. Quelle est la valeur de $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ lorsque la vitesse limite est atteinte ?

6. En déduire l'expression de B en fonction de A et v_{lim} et calculer sa valeur. Reporter sa valeur dans le tableau.

7. Remplir la 1ère ligne du tableau de la photocopie.

8. Rappeler les expressions de t[n], v[n] et a[n] qui permettent de calculer les valeur de la vitesse v et accélération a aux instants successifs.

9. Remplir les lignes suivantes de votre tableau.

Ce travail fastidieux peut être réalisé par le tableur.

- ❑ Ouvrir le tableur de Latis Pro.
- ❑ Créer la grandeur t de la manière suivante: Variable - nouvelle - nom: t - Unité: Seconde (s) attention à ne pas prendre S - Style: rond - OK.
- ❑ Faire de même pour les grandeurs vitesses v et accélération a.
- ❑ Remplir la 1ère ligne de ce tableau et y indiquer les valeurs de la date t_0 de la mise en mouvement de l'objet, de la vitesse v_0 et de l'accélération a_0 à cette date.
- ❑ Remplir la 2nde ligne du tableau avec les expressions de la date t_1, de la vitesse $v[t_1]$ et de l'accélération $a[t_1]$ en fonction de t_0, de la vitesse $v[t_0]$, de l'accélération $a[t_0]$ et de la vitesse $v[t_1]$.
- ❑ Selectionner les 3 cases précédentes et etendre cette ligne vers le bas sur environ 25 lignes.
- ❑ Sur le graphe, superposez les valeurs experimentales v_{Exp} et les valeurs calculées par la méthode d'Euler v.

10. Commenter les résultats. Dans le cas où il existerait un décalage, comment expliquer ce décalage ? Sur quel(s) paramètre(s) peut-on jouer pour améliorer la résolution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler ?

CHANGEMENT DE MODELE DES FORCES DE FROTTEMENTS.

On envisage l'expression de la force de frottement fluide exercée par le fluide sur la bille pendant son déplacement, sous la forme

$$f = k \cdot v^2$$

Dans le cours, nous avons pu établir l'équation différentielle, de la forme $\frac{dv}{dt} = A - C \times v^2$

11. Identifier les expressions de A et de C. Compléter le tableau.

12. Reprendre la méthode Euler dans le cadre de cette nouvelle modélisation.

13. Conclure.

CHANGEMENT DE PAS D'ITERATION.

On envisage maintenant de conserver le modèle de la force de frottement fluide exercée par le fluide sur la bille pendant son déplacement, sous la forme $f = k \cdot v^2$ mais de modifier le pas d'itération.

14. Modifier dans le tableau le pas d'itération et visualiser l'évolution de la modélisation.

15. Conclure.

Force de frottement	$f = k \times v$	$f = k \times v^2$
Equation différentielle du mouvement	$\dfrac{dv}{dt} = A - B \times v$	$\dfrac{dv}{dt} = A - C \times v^2$
Vitesse limite	v_{Lim} = ...	
Expression et valeur de A	A = ...	
Expression et valeur de B (ou C)	B = ...	C = ...

t[n]	v[n]	a[n]