PHYSIQUE : UN TITRE DE TRANSPORT INTELLIGENT (12 points)
Nouvelle Calédonie 03/2009 *(Rattrapage 2008)* **CORRECTION © http://labolycee.org**

Partie 1 : communication entre le lecteur et l'étiquette du passe

1.1. D'après la figure 1, les ondes radios ont une fréquence inférieure à 3×10^7 Hz. Or le texte nous dit : « … *l'étiquette reçoit l'onde électromagnétique, de fréquence égale à 13,56 Mhz …* ». La fréquence reçue est bien une onde radio de 13,56 MHz = $13,56\times10^6$ Hz = $1,356\times10^7$ Hz.

1.2. $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$ $\qquad \lambda = \dfrac{3,00\times10^8}{1,356\times10^7}$ = **22,1 m**

1.3. Une onde mécanique nécessite un milieu matériel pour se propager alors qu'une onde électromagnétique peut se propager dans le vide. **La proposition c est la bonne.**

1.4. Une onde sonore est une onde **longitudinale**, la direction de propagation est la même que la direction de la perturbation.

Partie 2 : étude du temps de réponse du modèle expérimental

2.1.

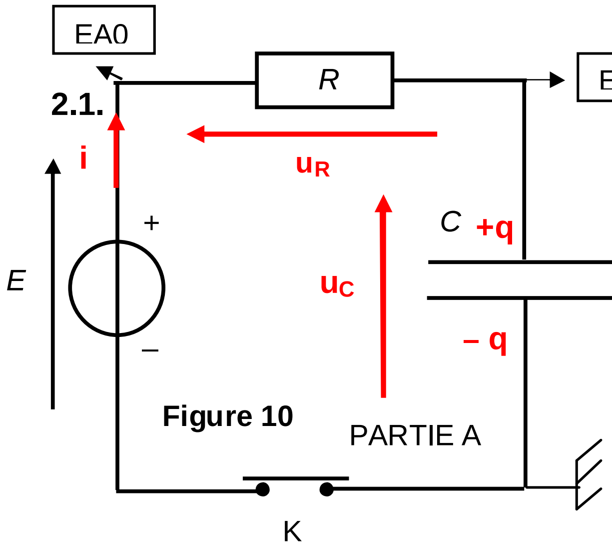


Figure 10

2.2. voir ci-contre

2.3. $i = \dfrac{dq}{dt}$ et $q = C.u_C$

q : charge portée par l'armature du condensateur reliée à la borne positive du générateur, s'exprime en coulombs (C).
C : capacité du condensateur, s'exprime en farads (F)
u_C : tension aux bornes du condensateur en volts (V).
dt : temps en secondes (s)

On en déduit $i = C.\dfrac{du_C}{dt}$

2.4. Loi d'additivité des tensions : $E = u_C + u_R$

D'après la loi d'Ohm, on a $u_R = R.i$ $\qquad$ Or $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{d(C.u_C)}{dt}$, $\qquad$ alors $i = C.\dfrac{du_C}{dt}$

soit $\quad u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$ équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur

2.5. Exprimons $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt}$ avec $u_C(t) = A\,(1 - e^{-t/RC})$

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = A.(1 - e^{-t/\tau}) + R.C.\ \frac{d(A(1-e^{-\frac{t}{\tau}}))}{dt}$$

$$= A - A.\ e^{-t/\tau} + R.C.A.\ \frac{d(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt}$$

$$= A - A.\ e^{-t/\tau} + \frac{R.C.A}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= A + A.(\frac{R.C}{\tau}-1)e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

Si et seulement si A = E et $\tau = R.C$

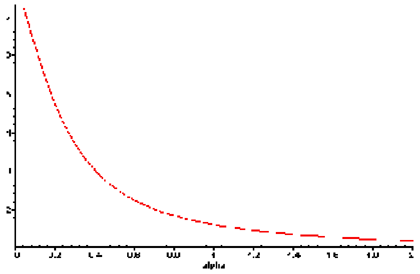
On en déduit que $u_C(t) = E.(1 - e^{-t/RC})$ est solution de l'équation différentielle $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$

2.6. Quand t tend vers l'infini, $e^{-t/RC}$ tend vers 0 et donc $u_c(t)$ tend vers E.
Pour déterminer graphiquement la valeur de E, il faut tracer, sur la figure 3, l'asymptote horizontale à la courbe. On obtient **E = 7,0 V.** (voir courbe ci-après)

2.7. Il est impossible à l'aide de l'outil informatique de visualiser directement l'évolution de i au courant du temps. Par contre, visualiser la tension aux bornes de R, c'est indirectement visualiser l'allure de i grâce à la loi d'Ohm. Il nous faut donc placer EA_0 (voir figure ci-dessus) pour relever la tension totale du circuit et en déduire la tension aux bornes de R par la relation $U_R = EA_0 - EA_1$ puis en déduire les valeurs de i en appliquant $i = \dfrac{U_R}{R}$ avec R = 1,0 mΩ

2.8. Lorsque le condensateur est totalement chargé, la tension aux bornes de R est alors nulle et on a donc un courant i nul.

2.9. L'intensité du courant est max à t = 0. D'après l'additivité des tensions $E = u_C + u_R$.
A t=0, la tension aux bornes de C est nulle par conséquent on aura $E = u_R$.
Ce qui donne $I = \dfrac{U_R}{R} = \dfrac{E}{R} = \dfrac{7}{1{,}0\times10^6} = 7\text{x}10^{-6}\text{A} = 7{,}0\ \mu\text{A}$
I ne dépend pas de la valeur de C



2.10. Evolution de l'intensité du courant pendant la charge d'un condensateur.

2.11. On peut alors en déduire l'expression de i avec la relation $i = C.\dfrac{du_C}{dt}$ (voir question 2.3.)

Et $\quad u_C(t) = E.(1 - e^{-t/RC})$ $\quad$ ce qui donne $\quad \dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{R.C}\, e^{-\frac{t}{RC}}$

soit $i = C.\dfrac{du_C}{dt} = C.\ \dfrac{E}{R.C}\, e^{-\frac{t}{RC}} = \dfrac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} = B\, e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad$ avec $\quad B = \dfrac{E}{R}$

2.12. La constante de temps du circuit est τ = R.C
Analyse dimensionnelle :
Loi d'Ohm U_R = R.I soit R = U_R/I alors $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$

D'après 2.3. $i = C.\dfrac{du_C}{dt}$, alors $[I] = [C].\dfrac{[U]}{[T]}$, finalement $[C] = \dfrac{[I].[T]}{[U]}$

$[\tau] = [R].[C]$ $\quad$ donc $\quad [\tau] = \dfrac{[U]}{[I]}.\dfrac{[I].[T]}{[U]}$ $\quad$ donc $\quad [\tau] = [T]$

τ est homogène à un temps et **s'exprime en s**.

2.13. $u_C(t) = E\,(1 - e^{-t/RC})$ donc $u_C(\tau) = E\,(1 - e^{-\tau/RC}) = E\,(1 - e^{-R.C/RC}) = E\,(1 - e^{-1}) = 0{,}63.E$

Soit $u_C(\tau) = 0{,}63\times7{,}0 = 4{,}4$ V, ainsi par lecture graphique τ = 5 s. (Voir ci-dessous)

2.14. τ = 5 s = Rx C on en déduit $C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{5}{1\times10^6} = 5\ \text{x}\ 10^{-6} = 5\ \mu\text{F}$

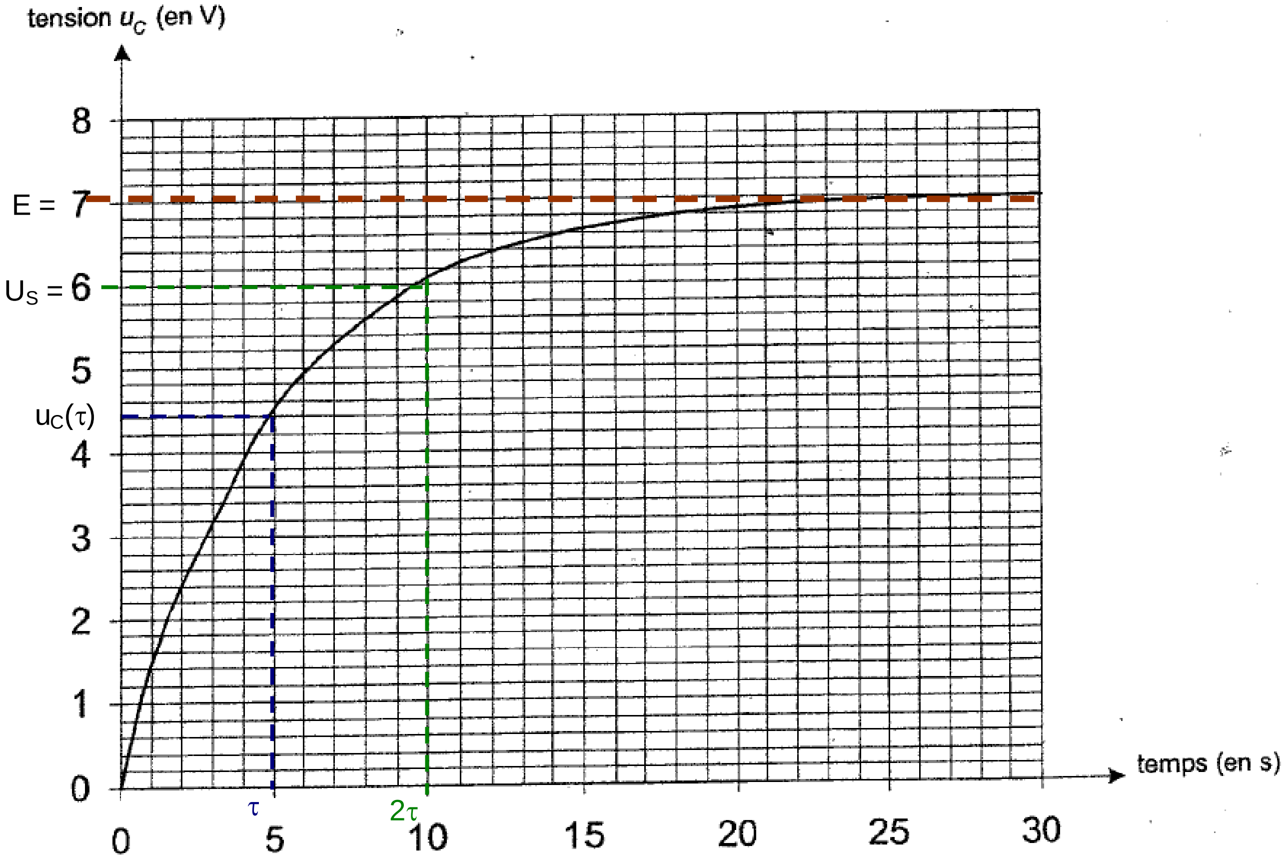
2.15. *Voir cours.*

2.16. $E_e = ½ CU^2 = 0{,}5 \times 5 \times 10^{-6} \times 7^2 = 122{,}5 \times 10^{-6}$ J

2.17. *En déduire graphiquement la valeur de la tension seuil U_S :*
$u_C(2\tau) = U_S$, par lecture graphique $U_S = 6$ V

Le condensateur est-il complètement chargé au bout de 2τ ?
$u_C(2\tau) = E\,(1 - e^{-2\tau / RC}) = E\,(1 - e^{-2}) = 0{,}86E$,
le condensateur n'est pas complètement chargé car $u_C(2\tau) < E$

Le temps de réponse (2τ) étant d'environ 10 s, il est beaucoup trop long dans le cas de l'usage d'un passe Navigo®. Cette durée d'attente génèrerait des embouteillages d'usagers aux bornes d'accès pendant les heures de pointe !
Ce modèle utilise une valeur de la résistance sans doute trop élevée. Si R était plus faible, la durée 2τ serait plus faible également et ainsi plus réaliste.



CHIMIE : A PROPOS DE L'ACIDE FORMIQUE (8 points)
Amérique du Nord 06/2004 **http://labolycee.org**

1.a) **$n = C_0.V_0 = \frac{m}{M_{HCOOH}}$** **donc $m = C_0.V_0.M$**

$m = 0{,}01 \times 0{,}100 \times 46$

$m = 4{,}6.10^{-2}$ g soit **$m = 5.10^{-2}$ g**

1)b) $HCOOH(aq) + H_2O(l) = HCOO^-(aq) + H_3O^+$

1)c)

Équation de la réaction		**$HCOOH(aq)$ + $H_2O(l)$ = $HCOO^-(aq)$ + H_3O^+**			
État du système	Avancement en mol	Quantité de matière en mol			
État initial	0	**$n_0 = C_0.V_0$**	**Excès**	**0**	**0**
État final (si la transformation était totale)	x_{max}	**$C_0.V_0 - x_{max}$**	**Excès**	**x_{max}**	**x_{max}**
État d'équilibre (transformation non totale)	$x_{éq}$	**$C_0.V_0 - x_{éq}$**	**Excès**	**$x_{éq}$**	**$x_{éq}$**

1)d) $\tau = \frac{x_{éq}}{x_{\max}}$

Si la transformation est totale alors l'acide méthanoïque est totalement consommé soit $C_0.V_0 - x_{max} = 0$

alors $x_{max} = C_0.V_0$

D'après l'équation de la réaction modélisant la transformation, on a $x_{éq} = n_{H_3O^+}$

donc $x_{éq} = [H_3O^+]_{éq} . V_0$

$\tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C_0}$

1)e) $Q_{r,éq} = \frac{[HCOO^-_{(aq)}]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HCOOH_{(aq)}]_{éq}}$

D'après l'équation chimique $[H_3O^+]_{éq} = [HCOO^-_{(aq)}]_{éq}$

D'après la conservation de la matière $[HCOOH_{(aq)}]_{éq} = [HCOOH_{(aq)}]_{initiale} - [HCOO^-_{(aq)}]_{éq}$

$$[HCOOH_{(aq)}]_{éq} = C_0 - [H_3O^+]_{éq}$$

On obtient $Q_{r,éq} = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C_0 - [H_3O^+]_{éq}}$

2. $\sigma = \lambda(H_3O^+).[H_3O^+]_{éq} + \lambda(HCOO^-).[HCOO^-_{(aq)}]_{éq}$

$\sigma = [\lambda(H_3O^+) + \lambda(HCOO^-)].[H_3O^+]_{éq}$

3. a) $[H_3O^+]_{éq} = \dfrac{\sigma}{\lambda(H_3O^+) + \lambda(HCOO^-)}$

$[H_3O^+]_{éq} = \dfrac{0{,}050}{35{,}0.10^{-3} + 5{,}46.10^{-3}}$

$[H_3O^+]_{éq} = 1{,}2 \text{ mol.m}^{-3}$

$[H_3O^+]_{éq} = 1{,}2.10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

$\tau = \dfrac{[H_3O^+]_{éq}}{C_0}$

$\tau = 12$ %

$Q_{r,éq} = \dfrac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C_0 - [H_3O^+]_{éq}}$

$Q_{r,éq} = 1{,}7.10^{-4}$ calcul effectué avec la valeur non arrondie de $[H_3O^+]_{éq}$

3)b) K_A est très proche de $Q_{r,éq}$.

En théorie $K_A = Q_{r,éq}$, mais ici le manque de précision sur la valeur mesurée de la conductivité σ peut expliquer la légère différence constatée.

4)a) On constate que plus la solution est diluée et plus le taux d'avancement de la réaction est grand.

4)b) La concentration n'a aucune influence sur le quotient de réaction à l'équilibre. Sa valeur ne dépend que de la température

Solution	**S_0**	**S_1**
C_i (mol.L^{-1})	0,010	0,10
σ (S.m^{-1})	0,050	0,17
$[H_3O^+]_{éq}$ (mol.m^{-3})	**1,2**	4,2
$[H_3O^+]_{éq}$ (mol.L^{-1})	**1,2.10^{-3}**	4,2.10^{-3}
τ (%)	**12**	4,2
$Q_{r,\,éq}$	**1,7.10^{-4}**	1,8.10^{-4}