LES SYSTEMES OSCILLANTS

1. LES SYSTEMES OSCILLANTS.

Une balançoire, la caisse d'une voiture couplée à sa suspension, un immeuble de grande hauteur, une masse accrochée à un ressort, une corde de guitare, un sauteur à l'élastique en fin de mouvement, le battant d'une cloche constituent des systèmes oscillants mécaniques.

Ecartés de leur position d'équilibre par une action extérieure, comme par exemple un trou dans la chaussée pour une voiture ou une rafale de vent pour un immeuble, ils y retournent plus ou moins rapidement en oscillant de part et d'autre de cette position d'équilibre.

On appelle oscillateur mécanique tout système qui évolue de façon périodique.

Nous allons nous intéresser à deux systèmes oscillants mécaniques particuliers, qui serviront de modèles dans la vie quotidienne: le pendule pesant et le pendule élastique

2. LE PENDULE PESANT.

Un pendule pesant est un système oscillant constitué par un solide de masse m, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible:

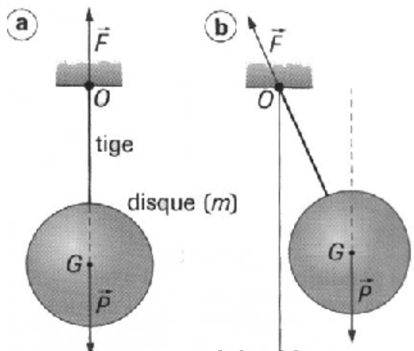
- de longueur l, grande par rapport aux dimmensions du solide
- et de masse négligeable.

La balançoire, le balancier d'une horloge sont des pendules pesants, de même que tout objet mobile autour d'un axe horizontal ne passant pas par son centre d'inertie.

Nous allons étudier l'ensemble constitué du fil + la masse accrochée, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

2.1. POSITION D'EQUILIBRE.

Fig a



Le solide de masse m est soumis à:

- son poids $\vec{P}$;
- l'action $\vec{F}$ exercée par l'axe de rotation. Quelle que soit la position du pendule, elle n'a pas d'effet sur le mouvement du pendule.

En première approximation, on néglige l'action de l'air (la poussée d'Archimède et les frottements).

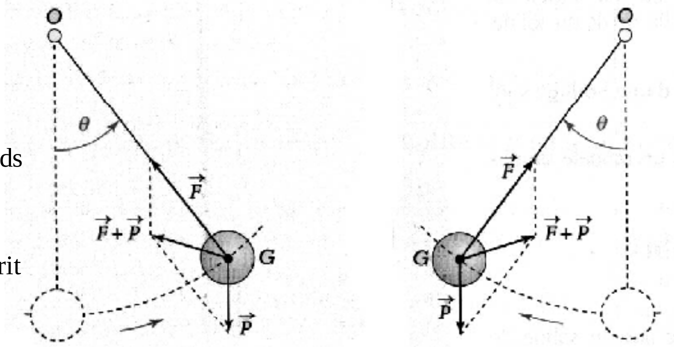
Quand le pendule est dans une position verticale:

- les forces se compensent $\vec{F} + \vec{p} = \vec{0}$, elles sont directement opposées
- les deux forces ont la même droite d'action, verticale passant par le centre d'inertie G du solide et par le point d'attache O du fil sur le support

Le poids n'a plus d'effet sur la rotation. Si le pendule est immobile dans cette position, il y reste: c'est la position d'équilibre.

2.2. MOUVEMENT DU SOLIDE.

Fig b



Quand le pendule est placé dans une position inclinée:

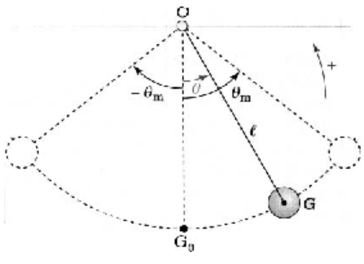
- les forces ne se compensent plus $\vec{F} + \vec{p} \neq \vec{0} = m.\vec{a}$;
- pour une position quelconque du pendule, la droite d'action du poids p ne passe pas par l'axe de rotation: le poids $\vec{p}$ fait tourner le solide autour de l'axe et tend à le ramener vers sa position d'équilibre.

Si le solide est écarté de sa position d'équilibre, le centre d'inertie décrit un arc de cercle de rayon l: il effectue des oscillations libres de part et d'autre de sa position d'équilibre.

L'angle orienté θ est l'écart à l'équilibre (élongation angulaire); c'est aussi l'angle entre la direction du fil tendu et la verticale de la position de repos.

L'amplitude θ_{Max} est la valeur maximale de l'écart angulaire θ: $-\theta_{Max} < \theta < \theta_{Max}$

Remarque.



En réalité l'amplitude du mouvement décroît au cours du temps, car les forces de frottement dues à l'air ne sont pas négligeables et sont responsables de l'amortissement du mouvement. De fait, le pendule pesant n'effectue généralement que quelques oscillations avant de reprendre sa position d'équilibre.

Une oscillation du pendule est le trajet effectué par le solide entre deux passages consécutifs, dans le même sens, par la position d'équilibre.

2.3. PERIODE PROPRE ET FREQUENCE DES OSCILLATIONS LIBRES.

Le mouvement est périodique car il se reproduit identique à lui-même au cours du temps.

La période propre du pendule est la durée entre deux passages consécutifs, dans le même sens, par une position dinnée; elle est notée T_0 et se mesure en seconde.

La fréquence est donnée par la relation $\upsilon = \frac{1}{T_0}$ et se mesure en Hertz.

On peut énoncer les lois suivantes concernant les oscillations d'un pendule:

- ***Loi de l'isochronisme des petites oscillations.***
  Si l'amplitude des oscillations ne dépasse pas une dizaine de degrès, la période propre des oscillations est indépendante de l'amplitude.
  Cette loi n'est plus valable pour des amplitudes trop grandes, supérireures à une dizaine de degrés.
  Pour des amplitudes top grandes, on fait appel à une expression plus précise mais qui reste approximative:

  $$T = T_0 . \sqrt{1 + \frac{1}{16}\theta^2} \qquad \text{avec } \theta \text{ l'amplitude angulaire en rad}$$

  Exemple. Pour $\theta = 60° = \pi/3$, le facteur correctif (la racine carrée) est environ $6{,}25 \times 10^{-2}$.

- ***Loi de masse.***
  La période des oscillations d'un pendule est indépendante de la masse du solide.

- ***Loi des longueurs.***
  La période propre est proportionnelle à la racine carrée de la longueur $T_0 = k.\sqrt{l}$

Les lois de Newton permettent d'établir l'expression de la période propre T_0 des oscillations d'un pendule de longueur l:

$$T_0 = 2.\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Remarque.

La période d'un balancier d'horloge dépend donc de la pesanteur g. Or g varie en fonction de la position à la surface de la Terre. De fait, une horloge régulée par un pendule présentait, par rapport à la même horloge en Europe, un retar à l'équateur: elle avait donc compté, au bout d'une journée, un plus petit nombre d'oscillations: donc la durée de chaque oscillation était devenue trop grande.

Nous allons, dans un premier temps, chercher la dimension de g.

Une vitesse est le quotient d'une longueur par un temps. On peut donc écrire:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = m.s^{-1}.$$

De même, une accélération est le quotient de la vitesse par le temps:

$$[a] = \frac{[v]}{[T]} = m.s^{-2}. \qquad \text{donc } [g] = m.s^{-2}.$$

On en déduit: $\frac{[l]}{[g]} = s^2$ par conséquent $\sqrt{\frac{[l]}{[g]}} = s$ a donc la dimension d'un temps