

SATELLITES ET PLANETES

1. LE SYSTEME SOLAIRE.

1.1. DESCRIPTION.

Le système solaire est un ensemble de 9 planètes et d'une multitude d'éléments dits mineurs: des astéroïdes et des comètes qui gravitent autour du Soleil, et des satellites (au nombre de 31) autour des planètes.

Les orbites des planètes et des astéroïdes sont pratiquement toutes contenues dans un même plan appelé plan de l'écliptique.

LE SOLEIL.

Le Soleil dont le nom vient du grec «sélas» (lumière, splendeur) est une énorme boule de gaz incandescents (son rayon est égal à 10^9 fois celui de la Terre et sa masse est égale à plus de 300 000 fois celle de notre globe).

On estime son âge à 5 milliards d'années environ. La température du Soleil est de $6\,000^\circ\text{C}$ en surface.

Si précieuse pour la Terre et ses habitants, ce n'est qu'une banale étoile parmi les cent milliards de soleils qui composent notre galaxie. Mais sa chaude lumière a permis l'émergence de la vie sur notre planète. Le Soleil rayonne chaleur et lumière autour de lui. La Terre en reçoit une infime partie. En l'absence de Soleil, la Terre serait plongée dans les ténèbres et sa température ne dépasserait pas -250°C . La vie y serait impossible.

La température de sa surface est de l'ordre de $6\,000\text{ K}$, mais le coeur est à plusieurs millions de degrés et est le siège de réactions thermonucléaires; le Soleil est à l'état gazeux.

La photosphère montre à l'observation un aspect granulaire dû aux différences de température entre les diverses parties de la surface. Tâches, éruptions, sont les manifestations de l'activité solaire.

Les tâches solaires apparaissent en sombre parce qu'elles ont une température inférieure d'environ $1\,500^\circ\text{C}$ à celles des régions voisines.

La durée de la vie des tâches, leur nombre, présentent une évolution périodique: deux maximums d'activité sont séparés de onze années en moyenne, ce qui définit le cycle solaire.

L'atmosphère solaire est parfois secouée par des manifestations très violentes: les éruptions solaires, accompagnées d'émissions lumineuses très intenses.

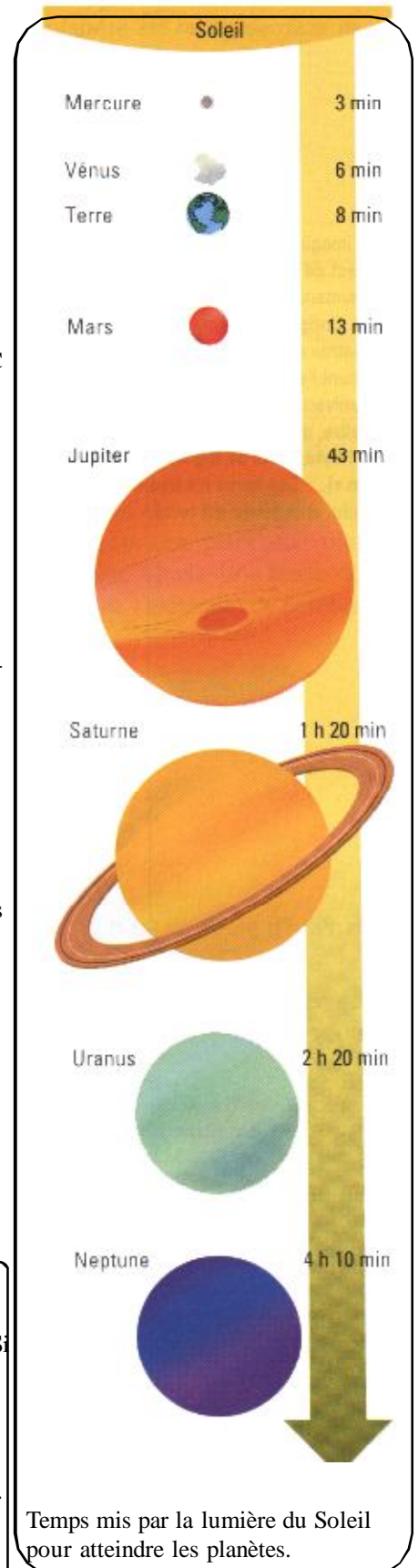
Tâches, éruptions solaires sont révélatrices de la présence d'un champ magnétique.

LES PLANETES.

- Les **4 planètes** les plus proches du Soleil sont: Mercure, Vénus, la Terre et Mars. Elles sont de tailles moyennes et possèdent un sol rocheux: on les appelle les planètes telluriques.
- Viennent ensuite les **4 planètes géantes** gazeuses: Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune.

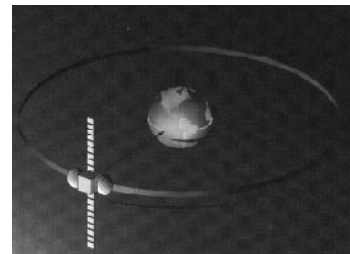
Combien y en a-t-il exactement dans notre système solaire ?

Notre système solaire abrite, théoriquement, neuf planètes. «Théoriquement», car la liste pourrait s'allonger ou rétrécir ! Tout dépend en effet du sens donné au mot «planète». Si le statut de planète est accordé à tout corps orbitant autour du Soleil, alors le système solaire compte douze planètes, voire plus. Car les astronomes ont repéré en 2002 trois objets évoluant dans la ceinture de Kuiper, le territoire des comètes qui s'étend de 4 500 à 7 500 millions de kilomètres du Soleil. Certes, Quaoar, Ixio et Varuna, les trois nouvelles, sont menues: leur diamètre varie entre 900 et 1 250 km, contre 2 300 km pour Pluton. Elles n'en orbitent pas moins autour du Soleil ! Et la liste n'est pas forcément close, tous les objets du secteur n'étant pas recensés. Cependant, les astronomes ne sont pas d'accord entre eux pour accorder le nom de planètes aux trois nouvelles prétendantes. Pour l'école «conservatrice», seuls les objets très massifs à l'orbite à la fois quasi-circulaire et peu inclinée appartiendraient en effet à la famille; ceux de la ceinture de Kuiper ne seraient alors que de grosses comètes... Tout comme Pluton, en raison de son orbite atypique et de sa petite taille alors que les manuels la recensent pourtant comme une planète depuis sa découverte en 1930 ! Au final, le système solaire ne compterait donc que huit «vraies» planètes.... Un chiffre à maintenir au conditionnel ! Car des hypothèses expliquent certaines astronomes, comme la fin abrupte de la ceinture de Kuiper, par l'existence d'une ou plusieurs vraies planètes qui nous resteraient encore cachées... Reste à les repérer.



Temps mis par la lumière du Soleil pour atteindre les planètes.

Les **satellites géostationnaires** tournent autour de la Terre en une journée, à 36 000 km au-dessus de l'équateur. Comme la Terre tourne également sur elle-même en une journée, ils restent toujours au même endroit dans le ciel par rapport à la Terre. Ces satellites servent:



- à recevoir et à retransmettre les communications téléphoniques, les émissions de radio et de télévision (tdf1, Eutelstat, etc.);
- certains satellites «photographient» toute l'atmosphère fournissant ainsi des précieuses informations pour la météorologie de la planète (Météostat);
- d'autres servent à localiser des bateaux, etc..

Les antennes paraboliques captent sur Terre les émissions que renvoient les satellites.

Le **satellite SPOT** tourne autour de la Terre à des altitudes inférieures à 1 000 km sur des orbites différentes de celles des géostationnaires.

Ce satellite a une curieuse propriété. Il passe au même endroit au-dessus de la Terre à la même heure. Par exemple, il survole toujours la France vers 10 heures et 22 heures. SPOT gravite en passant au-dessus des pôles. Comme la Terre tourne sur elle-même, le satellite peut ainsi explorer toute la Terre.

2. RESOUDRE UN EXERCICE

DOCUMENT

Connaître sa position exacte dans l'espace et dans le temps, autant d'informations qu'il sera nécessaire d'obtenir de plus en plus fréquemment avec une grande fiabilité. Dans quelques années, ce sera possible avec le système de radionavigation par satellite GALILEO, initiative lancée par l'Union européenne et l'Agence spatiale européenne (ESA). Ce système mondial assurera une complémentarité avec le système actuel GPS (Global Positioning System).

GALILEO repose sur une constellation de trente satellites et des stations terrestres permettant de fournir des informations concernant leur positionnement à des usagers de nombreux secteurs (transport, services sociaux, justice, etc...).

Le premier satellite du programme, Giove-A, a été lancé le 28 décembre 2005.

D'après le site <http://www.cnes.fr/>

DONNEES :

- Constante de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- La Terre est supposée sphérique et homogène. On appelle O son centre, sa masse $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ et son rayon $R_T = 6,38 \times 10^3 \text{ km}$
- Le satellite Giove-A est assimilé à un point matériel G de masse $m_{\text{sat}} = 700 \text{ kg}$. Il est supposé soumis à la seule interaction gravitationnelle due à la Terre, et il décrit de façon uniforme un cercle de centre O , à l'altitude $h = 23,6 \times 10^3 \text{ km}$.

I – Mouvement du satellite Giove-A autour de la Terre

- 1 – a - Sans souci d'échelle, faire un schéma représentant la Terre, le satellite sur sa trajectoire et la force exercée par la Terre sur le satellite.
b - En utilisant les notations du texte, donner l'expression vectorielle de cette force. On notera \vec{u} le vecteur unitaire dirigé de O vers G .
- 2 – a - Dans quel référentiel le mouvement du satellite est-il décrit ?
b - Quelle hypothèse concernant ce référentiel faut-il faire pour appliquer la seconde loi de Newton ?
c - En appliquant la seconde loi de Newton au satellite, déterminer l'expression du vecteur-accélération \vec{a} du point G .
- 3 – a - Donner les caractéristiques du vecteur-accélération \vec{a} d'un point matériel ayant un mouvement circulaire uniforme.
b - Montrer alors que la vitesse v du satellite est telle que :

$$v^2 = G \frac{M_T}{R} \quad \text{avec} \quad R = R_T + h$$
- 4 – a - Définir la période de révolution T du satellite. Donner son expression en fonction de G , M_T et R .
b - Calculer la période T .

II – Comparaison avec d'autres satellites terrestres

Il existe actuellement deux systèmes de positionnement par satellites : le système américain GPS et le système russe GLONASS.

Le tableau fourni sur l'**ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**, rassemble les périodes T et les rayons R des trajectoires des satellites correspondants, ainsi que les données relatives aux satellites de type Météosat.

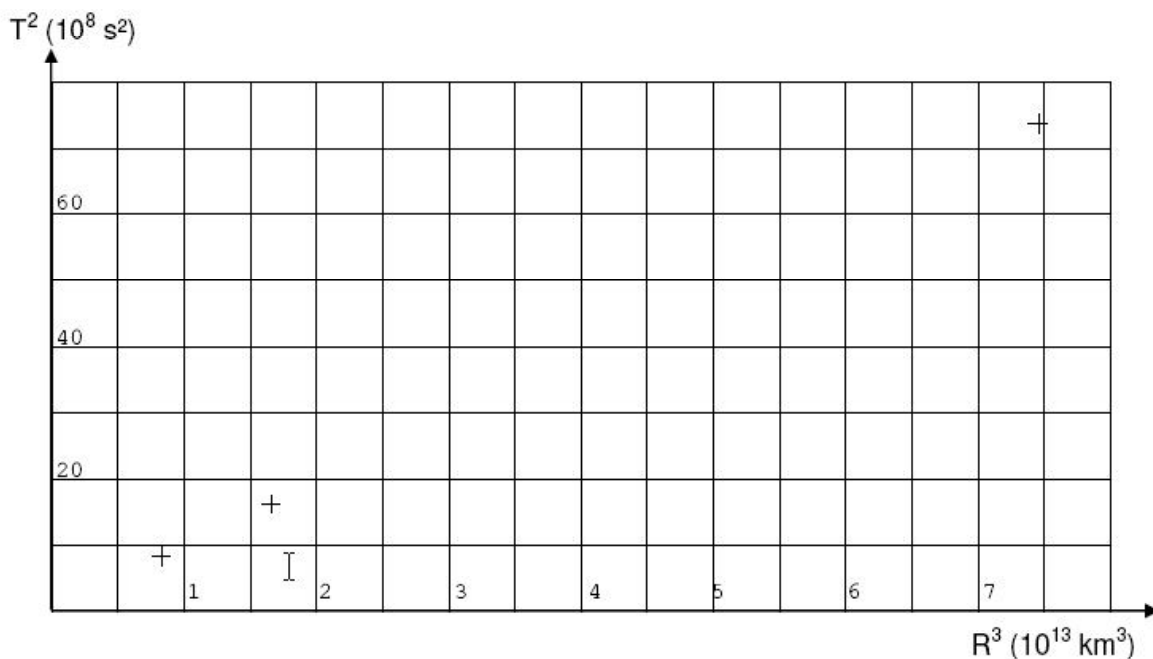
Ces données permettent de tracer la courbe donnant T^2 en fonction de R^3 .

- 1 - a - Compléter la ligne du tableau relative au satellite Giove-A (GALILEO).

Satellite	Rayon de la trajectoire R (km)	Période de révolution T (s)	R^3 (km ³)	T^2 (s ²)
GPS	$20,2 \times 10^3$	$2,88 \times 10^4$	$8,24 \times 10^{12}$	$8,29 \times 10^8$
GLONASS	$25,5 \times 10^3$	$4,02 \times 10^4$	$1,66 \times 10^{13}$	$1,62 \times 10^9$
GALILEO				
METEOSAT	$42,1 \times 10^3$	$8,58 \times 10^4$	$7,46 \times 10^{13}$	$7,36 \times 10^9$

- b - Placer le point correspondant dans le système d'axes proposés sur l'annexe et tracer la courbe donnant T^2 en fonction de R^3 .

COURBE DONNANT T^2 EN FONCTION DE R^3 :



- 2 - a - Que peut-on déduire du tracé précédent ? Justifier.
 b - Montrer que le résultat de la question I-4-a est conforme au tracé obtenu.
 c - Comment nomme-t-on la loi ainsi mise en évidence ?

III. Satellite géostationnaireS.

- Définir le satellite géostationnaire.
- A partir de la troisième loi de Kepler, établir l'altitude de l'orbite d'un satellite géostationnaire.

3. LOI DE GRAVITATIONNELLE UNIVERSELLE DE NEWTON.

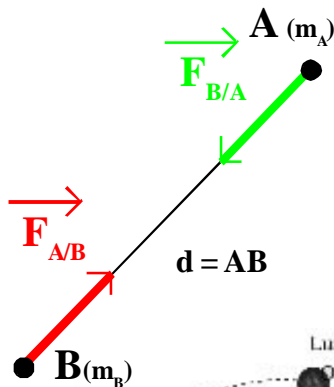
“Deux corps ponctuels A et B, de masse m_A et m_B , séparés par une distance d , exercent l'un sur l'autre des forces attractives, de même valeur:

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{d^2}$$

avec F en newton
 m_A et m_B en kilogrammes
 d en mètre

G est appelée constante de gravitation universelle

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$



Les forces attractives $F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ sont appelées **forces d'interaction gravitationnelle**.”

Une pomme exerce donc sur la Terre une force de valeur égale à celle que la Terre exerce sur elle !!!!



L'idée de génie consiste à lier pour la première fois dans l'histoire des sciences, les phénomènes se déroulant sur Terre (la chute du boulet de Galilée) et dans l'Univers (rotation des corps autour du Soleil). Une même force attire le boulet et la Lune, l'attraction de la Terre

Cette loi de gravitation s'écrit donc de la même façon pour des corps volumineux présentant une répartition sphérique de masse. Un **corps à répartition sphérique de masse** est un corps homogène ou formé de couches concentriques homogènes de matière.

C'est le cas des planètes et des étoiles.

$$F_{T/L} = F_{L/T} = G \cdot \frac{m_T \cdot m_L}{d^2}$$

C'est la force gravitationnelle exercée par la Terre qui attire la Lune et la maintient en orbite autour de la Terre. A l'inverse, la Lune exerce donc sur la Terre une force de valeur égale à celle que la Terre exerce sur elle !!!!

Nous ne pouvons pas percevoir directement l'effet de l'attraction lunaire sur notre corps mais une de ses manifestations spectaculaires est le phénomène des marées.

De manière très générale, on désigne par effet de marée la réponse d'un corps placé dans un champ gravitationnel inhomogène (variant d'un point à l'autre). Les diverses parties du corps subissent alors des attractions différentes dont résultent des tensions internes qui les déforment. Les marées terrestres sont provoquées par les variations du champ gravitationnel lunaire d'un bout à l'autre de la Terre. Le Soleil, plus lointain, mais beaucoup plus massif, contribue aussi aux marées et produit un effet qui équivaut à 40% de celui de la Lune. Les régions tournées vers la Lune subissent une attraction plus forte que celles situées dans la direction opposée. Il en résulte une tension longitudinale à laquelle l'ensemble de la Terre répond, mais l'effet est particulièrement sensible sur les masses fluides océaniques. Dans certaines conditions, les effets de la marée prennent des proportions cataclysmiques. Ainsi, un passage à faible distance d'un corps très massif peut briser un astre plus petit.

Les astronomes ont été les témoins privilégiés d'un tel événement lors du passage de la comète Shoemaker-Levy au voisinage de Jupiter, en 1992. Un premier passage, le 7 juillet, à 71 400 km de la surface de Jupiter, conduisit à une rupture du noyau de la comète en 21 morceaux dont les tailles s'échelonnaient entre 1 et 5 km. Ces fragments entrèrent directement en collision avec la planète lors de leur second passage, du 16 au 22 juillet 1994. Les impacts successifs provoquèrent de violentes perturbations dans l'atmosphère de Jupiter dont les effets furent observés de la Terre.

La gigantesque planète Jupiter impose aussi une force de marée considérable à son satellite Io. Celui-ci, qui orbite à 422 000 km, est littéralement mâché par la gravitation de Jupiter: son noyau est maintenu liquide et sa surface est couverte des plus grands volcans actifs du système solaire.

Imaginons un instant que cette force gravitationnelle disparaisse. La Lune partirait comme la pierre d'une fronde après que le lanceur l'ait libérée. Cette force est considérable. Pour retenir notre satellite, il serait alors nécessaire de l'attacher à la Terre par un câble. Même avec le plus résistant des aciers, le diamètre d'un tel câble devrait dépasser 500 km !!



LE MYSTERE PIONEER

Envoyée en 1972 dans l'espace, la sonde Pioneer 10 enfonce les lois de la physique. Selon les calculs, la sonde Pioneer 10, qui vient de croiser l'orbite d'Uranus après huit ans de voyage, glisse dans l'espace plus lentement que prévu. Chaque année, il lui manque 12 000 km sur son «plan de vol». C'est peu, comparé aux centaines de millions de km parcourus. Mais c'est trop. Elle est censée obéir aux lois de la gravitation, qui sont parfaitement connues depuis Newton et Einstein. Une différence, même minime, entre le calcul et la réalité est inexplicable...

En regardant Pioneer 11, qui a décollé un an plus tard, et qui se trouve dans les environs de Saturne, accuse exactement le même retard que sa grande soeur.

Une anomalie si troublante que durant 18 ans, la nouvelle ne sortira pas du laboratoire. C'est seulement en 1998 que la communauté des astrophysiciens est alertée. Entre temps, on a passé au crible une explication simple à cette anomalie: erreur de mesure sur la position, fuite de carburant, poussières interplanétaires plus denses que prévu et freinant les sondes ... Aucune n'a convaincu les chercheurs. Si l'on ne trouve pas d'explication «classique», où faut-il chercher ? Les physiciens ont bien une petite idée, mais ... ce serait énorme.

En fait, en l'absence de frottements (l'espace est quasi vide de matière, à quelques atomes près), les sondes se trouvent un peu comme un patineur glissant sur un lac gelé. Sauf que, comme tous les corps du système solaire, elles sont soumises à l'attraction du Soleil. La valeur de cette force dépend des masses du Soleil et de la sonde, ainsi que de la distance qui les sépare. L'intensité de l'attraction diminue avec le carré de la distance. Par exemple, à 10 millions de kilomètres du Soleil, la force de gravitation est 100 fois inférieure à ce qu'elle était à 1 million de kilomètres. Conclusion, plus la sonde s'éloigne, plus la force de freinage diminue.

Seulement en pratique, on a démontré que les sondes subissent deux forces de freinage: l'une décroît avec la distance, conformément à la loi de la gravitation. Mais une autre force, mystérieuse, s'ajoute à la précédente; et sa valeur est constante. Le résultat est, qu'à chaque seconde qui passe, la vitesse de la sonde diminue de 10^{-9} m/s de plus que prévu. C'est peu: le freinage total, en incluant force gravitationnelle classique, est mille fois plus grand. Mais ce n'est pas négligeable: en un peu plus de 30 ans, les Pioneer ont pris un retard de 400 000 km, soit plus que la distance Terre-Lune. Et surtout, ce freinage supplémentaire est identique pour les deux sondes. Drôle de coïncidence, d'autant qu'elles sont très éloignées l'une de l'autre. Aux antipodes de notre système solaire, elles subissent chacune cette étrange influence.

Puisqu'ils ont éliminé une à une les causes «classiques» de cette anomalie, les physiciens n'ont plus guère d'autre choix que de mettre en cause ... la gravitation elle-même ! Ils le font très prudemment, car on ne chatouille pas impunément les travaux d'Einstein. Jusqu'à présent, sa théorie de la gravitation, qui complète celle de Newton, n'a jamais été mise en défaut. Mais en y regardant de plus près, les physiciens se sont aperçus que les sondes Pioneer n'étaient pas seules à se comporter bizarrement. D'autres vaisseaux spatiaux semblent prendre leurs aises avec la gravitation ...

Depuis les années 1990, les sondes expédiées dans le système solaire font auparavant un tour de chauffe. Après leur lancement, elles reviennent frôler la Terre. Elles se laissent attirer par notre planète - elles tombent sur nous - et prennent ainsi de la vitesse sans utiliser de carburant. Les navigateurs au sol calculent avec soin leur trajectoire afin qu'elles se contentent de nous frôler avant de repartir dans l'espace, bourrées d'énergie gratis. La plupart des sondes utilisent ce coup de pouce gravitationnel pour prendre leur passage, s'éloignent de la Terre à l'élan vers des destinations lointaines. Ça marche bien ... à ceci près que les sondes, après leur passage, s'éloignent de la Terre à une vitesse légèrement différente des prévisions. Là encore, l'écart est très faible, mais il ne devrait pas exister....

Cette fois, c'est carrément louche. D'autant que les sondes ne sont pas les seules à se colleter avec la gravitation. La cosmologie, la branche de la physique qui étudie l'Univers, est confrontée à plusieurs énigmes dont le nom est déjà tout un programme: énergie sombre et matière noire. Dans les deux cas, la gravitation semble mêlée à l'affaire. Une modification de la loi de la gravitation pourrait peut-être résoudre ces énigmes, sans avoir à imaginer une nouvelle force, ni des particules étranges.

Peut-on remettre en cause la théorie de la gravitation, véritable socle sur lequel repose une grande partie de la physique ? Certains physiciens y songent, mais sans convaincre. De fait, jusqu'à présent, tous les tests effectués sur la relativité générale n'ont jamais pris en défaut la géniale théorie. Cependant, avant les sondes Pioneer, jamais on n'avait fait d'expériences sur d'aussi grandes distances. C'est peut-être ça le truc: la gravitation ne tiendrait pas la (très grande) distance.

De par le monde, des chercheurs persuadés qu'il faut chercher de ce côté là sont parvenus à triturer les équations de la relativité générale pour les faire coller aux nouvelles observations. Le problème, c'est que modifier des équations ne livre pas les concepts qu'il y a derrière. Faut-il imaginer une cinquième force fondamentale, alors que jusqu'à présent, seules quatre forces fondamentales permettent de rendre compte de l'Univers tel qu'on l'observe ? Il est encore trop tôt pour le dire. Mais de nombreux physiciens ne seraient pas surpris qu'une véritable révolution vienne secouer toute la physique, du même ordre que celle engendrée par Einstein en 1915. Au fait, de quoi était-il parti ? Au milieu du XIXe siècle, les astronomes avaient découvert que l'orbite de Mercure n'était pas exactement conforme à ce que prévoyait Newton. Oh, presque rien ! Tout comme Pioneer, ce n'était qu'une toute petite anomalie.....

A quoi tient la découverte des planètes extrasolaires ?

Réfléchissant trop peu de lumière pour être "vues", les planètes extrasolaires (tournant autour d'autres étoiles que le Soleil) ne peuvent être découvertes qu'en analysant la vitesse d'éloignement des étoiles par rapport à la Terre. Un système planétaire tourne autour d'un centre de gravité décalé par rapport à l'axe de l'étoile en son centre. Cela induit des variations infimes de la vitesse radiale des étoiles qui suffisent à signaler la présence d'étoiles ! Depuis 1995, et la première découverte à l'observatoire de Haute-Provence, près de 110 exoplanètes ont ainsi été débusquées. Mais pour repérer des planètes peu massives, telles que la Terre, il faudra persévérer sur d'autres voies prometteuses, comme la photométrie, qui mesure la baisse d'intensité lumineuse résultant du passage d'une planète devant son étoile.

La Lune a brassé la soupe primitive.

Il y a trois milliards d'années, la rotation accélérée de la Lune autour de la Terre multipliait les marées. L'intense brassage aurait favorisé l'émergence de la vie.

Sans Lune, nulle vie sur Terre n'aurait été possible. Quatre milliards d'années plus tôt, alors que la vie peine à émerger, un coup de pouce salvateur est venu de notre satellite. Des marées, beaucoup plus violentes et fréquentes qu'aujourd'hui, ont bouleversé la salinité des côtes, favorisant l'apparition des premières biomolécules (ADN ou ARN).

A cette époque, la Lune est encore toute jeune. Selon l'hypothèse la plus répandue, cela ne fait qu'un milliard d'années qu'elle

est née des débris engendrés par la collision de la Terre avec un énorme astéroïde. Elle n'a pas encore pris ses distances avec la planète bleue et ne se trouve qu'à 200 000 km d'elle, moitié moins loin qu'aujourd'hui. La Terre tourne également beaucoup plus vite et accomplit sa révolution en moins de cinq heures.

Le cycle des marées, dans ces conditions, ne devait pas excéder une poignée d'heures, entre deux et six, fournissant les conditions idéales pour brasser la soupe primitive qui se

mijote alors. L'alternance rapide des marées a agi à la manière d'une PCR géante, la machine de labo utilisée pour amplifier à vitesse grand V l'ADN: au fil des cycles, les molécules précurseurs sont arrangées en double brin, trouvant par là un moyen parfait de se multiplier. Faute d'un système de marées aussi performant, Europe et Mars n'auraient pu fournir de berceau assez confortable pour voir émerger la vie.

4. LES LOIS DE KEPLER.

Le mouvement des planètes est étudié dans le référentiel héliocentrique. Il obéit aux lois de Kepler.

Exploitant les résultats des observations de son maître Tycho Brahe (1546 - 1601), astronome danois, Johannes Kepler formule les trois lois décrivant le mouvement des planètes autour du Soleil:

Première loi: loi des trajectoires.

Les centres d'inertie des planètes décrivent des ellipses dont le Soleil occupe l'un des foyers;

Deuxième loi: loi des aires.

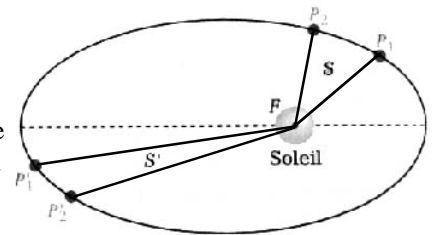
Les aires balayées, pendant des durées égales, par le segment reliant le centre d'une planète à celui du Soleil, sont égales;

Troisième loi: loi des périodes.

Le carré de la période de révolution T d'une planète est proportionnel au cube du demi-grand axe a de l'ellipse. T^2

$$= \text{Cste}$$

$$a^3$$



planète	T (10 ⁷ s)	a (10 ⁸ km)	$\frac{T^2}{a^3}$ (s ² ·m ⁻³)
Vénus	1,94	1,08	2,99 × 10 ⁻¹⁹
Terre	3,16	1,50	2,96 × 10 ⁻¹⁹
Mars	5,94	2,28	2,98 × 10 ⁻¹⁹
Jupiter	37,4	7,78	2,98 × 10 ⁻¹⁹

5. MOUVEMENT D'UN SATELLITE TERRESTRE A ORBITE CIRCULAIRE.

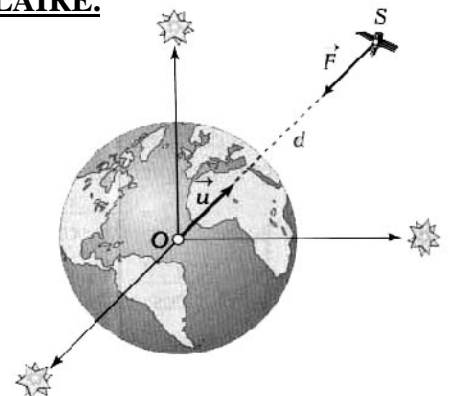
Le mouvement des satellites est étudié dans le référentiel géocentrique.

5.1. UNE ACCELERATION CENTRIPETE.

Les satellites terrestres obéissent aux lois de Kepler: la plupart d'entre eux ont un mouvement elliptique autour de la Terre. Mais nous allons étudier le cas particulier où le centre d'inertie d'un satellite S, de masse m, décrit une **orbite circulaire** autour de la Terre, de masse M. Il est situé à la distance de la Terre. La seule force s'exerçant sur le satellite est la force de gravitation.

La deuxième loi de Newton permet d'écrire: $\vec{\Sigma F}_{\text{Ext}} = \vec{F}_{\text{Terre/Satellite}} = m \cdot \vec{a}$

On en déduit $\vec{a} = -G \frac{M_{\text{Terre}}}{d^2} \vec{u}$ (1) avec \vec{u} le vecteur unitaire.



Dans le référentiel géocentrique, le vecteur accélération a du centre d'inertie du satellite est:

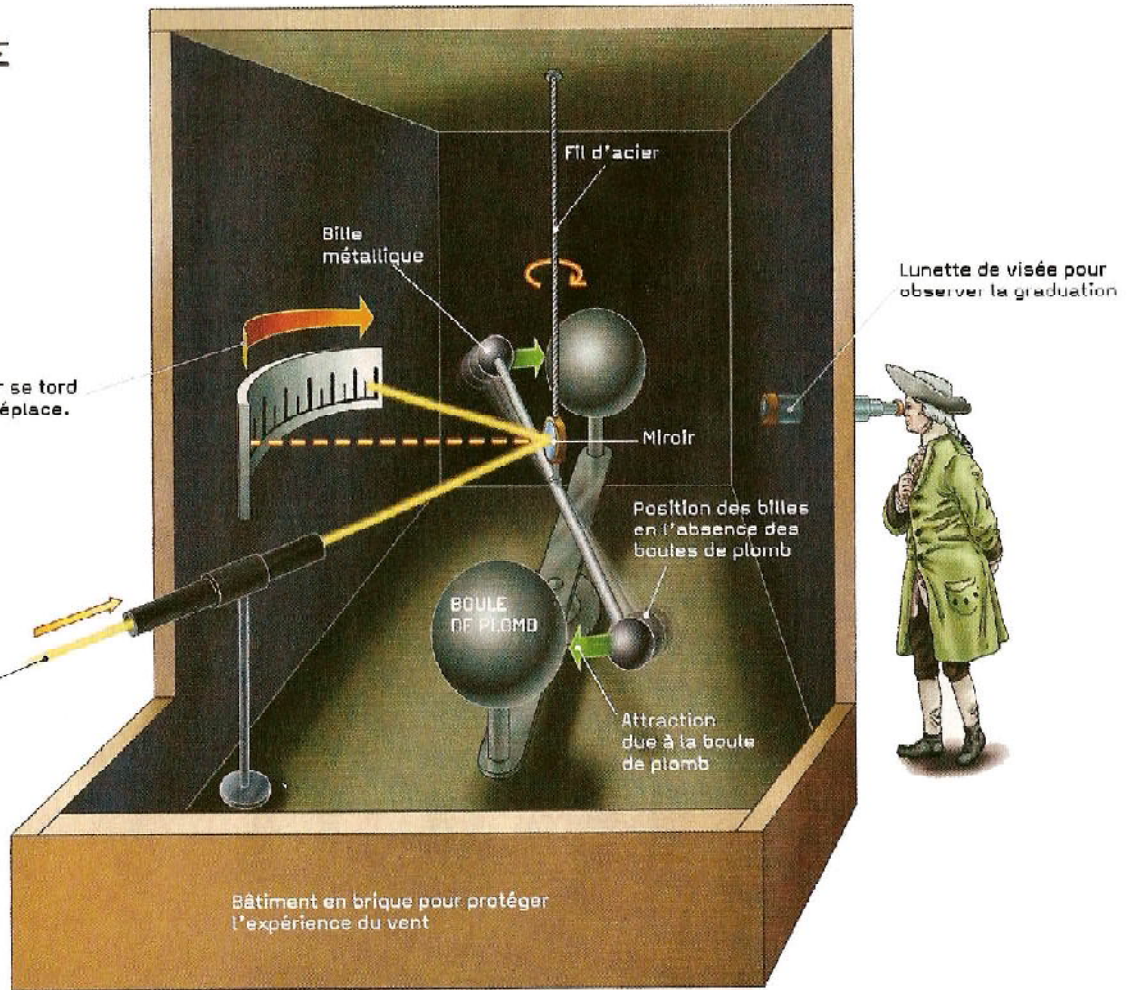
- constamment orienté vers le centre de la Terre: il est centripète;
- garde une valeur constante lorsque la trajectoire est circulaire;
- indépendante de la masse du satellite.

COMMENT SAIT-ON CE QUE PESE LA TERRE ?

L'EXPÉRIENCE D'HENRY CAVENDISH

Sous l'effet de la force d'attraction, le fil d'acier se tord et le rayon lumineux se déplace.

Source de lumière



L'idée vient d'un Anglais, John Michell. Tous les objets dans l'Univers, songe-t-il, s'attirent les uns les autres, d'autant plus fort que leur masse est grande et que la distance qui les sépare est petite... ou, plus exactement, le carré de cette distance.

Ainsi, nous sommes attirés par l'énorme masse de la Terre vers son centre, situé à 6,4 millions de mètres sous nos pieds. Si on comprime la Terre de moitié, elle aura toujours la même masse alors qu'on sera deux fois plus près du centre et la pesanteur sera donc multipliée par quatre. Si, au contraire, la Terre est deux fois plus grande mais garde toujours la même masse, l'attraction sera quatre fois plus faible. Vous suivez ?

Bon. Est-ce que ça marche aussi avec une miniplanète de la taille d'un gros ballon de plage et qui serait faite, mettons, en plomb ? Quelle serait son attraction ? Aussitôt, Michell invente un appareil destiné à la mesurer.

Deux petites balles métalliques suspendues à un fil d'acier sont attirées par deux grosses boules de plomb pesant chacune environ 40 tonnes, de sorte que le fil d'acier se tord un peu (voir schéma). Michell avait testé son fil d'acier avant de l'installer et savait que telle force appliquée sur les deux balles donnait tel angle de torsion.

C'est Henry Cavendish qui hérite de l'appareil à la mort de Michell. En mesurant la torsion du fil d'acier, il découvre que l'attraction que l'on ressent à 1 m du centre de chacune des boules de plomb est 3,6 millions de fois plus faible que l'attraction terrestre.

D'où vient une telle différence ? C'est que nos miniplanètes de plomb sont vraiment très, très petites direz-vous ! Sauf que ce n'est pas tant une question de taille que de masse. Si on gonfle une des boules de plomb sans changer sa masse jusqu'à ce qu'elle soit aussi grande que la Terre (6,4 millions de mètres de rayon), on sera 6,4 millions de fois plus loin de son centre et son attraction sera donc encore (6,4 millions au carré) 41 millions de millions de fois plus faible que dans l'expérience de Cavendish !

Autrement dit, comparée à la Terre, cette boule de plomb surgonflée aurait une attraction environ 148 millions de millions de millions de fois (3,6 millions fois 41 millions de millions) plus faible que l'attraction terrestre ! On tient là le cœur du raisonnement : comparer l'attraction de la Terre à celle d'un objet dont on connaît la masse. Résumons-nous : grâce à la mesure de Cavendish, on sait maintenant qu'une planète de la même taille que la Terre, mais dont la masse ne ferait que 40 tonnes aurait une attraction 148 millions de millions de millions de fois plus faible que l'attraction terrestre. Il n'y a plus qu'à répondre à la question qui tue : pourquoi cette différence d'attraction entre notre vraie Terre, et la planète ultralégère de même taille ? Parce que la masse de la Terre est 148 millions de millions de millions de fois plus grande que les 40 tonnes de la boule de plomb, pardi ! D'où le résultat de la multiplication de 148 millions de millions de millions par 40 tonnes : environ 6000 millions de millions de millions de tonnes (ou 6.10^{21} tonnes), le poids de notre chère vieille Terre. ●

Remarque importante: état d'apesanteur.

Un corps de masse m_A qui se trouve dans un satellite en orbite autour de la Terre est soumis à la force d'attraction gravitationnelle qu'exerce la Terre sur lui.

Si ce corps n'est pas en contact avec les parois du satellite, cette force gravitationnelle est la seule force qui s'exerce sur lui.

La deuxième loi de Newton permet d'écrire: $\vec{\Sigma F}_{Ext} = \vec{F}_{Terre/Corps A} = m_A \cdot \vec{a}$

On en déduit l'expression du vecteur accélération \vec{a}_A de ce corps:

- par rapport au référentiel géocentrique

$$\vec{a}_A = -G \frac{M_{Terre}}{d^2} \vec{u}$$

C'est le même vecteur accélération que celui du centre d'inertie du satellite. Le corps de masse m_A a donc le même mouvement que la station spatiale dans le référentiel géocentrique.

- par rapport à un référentiel lié à la station spatiale, le corps de masse m_A , immobile, a donc une accélération nulle $\vec{a}_{Corps/Sat} = \vec{0}$; dans ce référentiel, il semble donc n'être soumis à aucune force extérieure et «flotte». Ce corps «ne tombe pas» par rapport au satellite: tout se passe comme s'il n'avait plus de poids. Il est en **état d'apesanteur**.

Remarque. Le corps de masse m_A est toujours soumis à la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}_{T/Corps}$ exercée par la Terre, mais la deuxième loi de Newton ne s'applique pas dans le référentiel non Galiléen lié à la station. On a:

$$\vec{a}_{Corps/RéfSat} = \vec{0}, \text{ alors que } \vec{\Sigma F}_{Ext} \neq \vec{0}$$

Pourquoi un liquide en apesanteur se met-il en boule ?

Au sol, l'eau reste sagement au fond du verre car elle subit la gravitation de la Terre: elle épouse alors la forme du récipient et sa surface libre est horizontale. On note toutefois, une légère remontée du liquide au contact de la paroi du verre. Ce discret écart par rapport à l'horizontalité parfaite est la conséquence de la «tension superficielle» de l'eau dont la surface se comporte comme une membrane élastique. Sur la Terre, cette tension ne peut s'exprimer que sur de petites quantités de liquide (une goutte d'eau par exemple) où elle peut l'emporter sur la gravité. En revanche, l'apesanteur permet à la tension superficielle de s'exprimer pleinement. Dans ces conditions, un liquide, adopte la forme sphérique, laquelle minimise sa surface pour un volume donné. C'est ce qui se passe aussi sur la Terre avec des bulles de savon dont la légèreté permet à la tension superficielle de dominer.



5.2. LE REPERE DE FRENET.

On définit le repère de Frenet (S; \vec{N} ; \vec{T}) un repère mobile lié au satellite et défini par:

- \vec{T} un vecteur unitaire porté par la tangente à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement;
- \vec{N} un vecteur unitaire perpendiculaire à \vec{T} et dirigé vers le centre de la Terre.

Dans le repère de Frenet il est démontré que le vecteur accélération \vec{a} a pour expression:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{R} \vec{N} \quad (2)$$

avec R le rayon de la trajectoire circulaire du satellite.

5.3. UNE VITESSE CONSTANTE.

Dans le cas du mouvement circulaire du satellite, on a donc deux expressions (1) et (2) de l'accélération avec $\vec{N} = -\vec{u}$

$$\vec{a} = G \frac{M_{Terre}}{d^2} \vec{N} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{R} \vec{N}$$

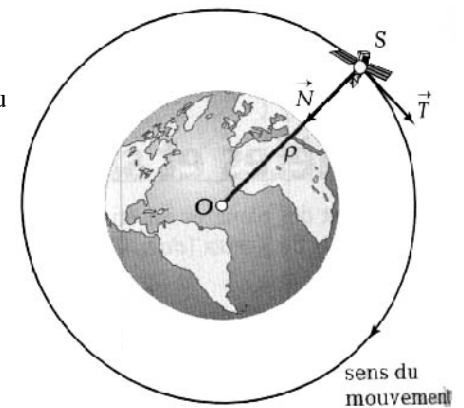
Pour que cette égalité soit juste, on en déduit que

- $\frac{dv}{dt} = 0$ soit la valeur de la vitesse v est constante. Dans le référentiel géocentrique, le mouvement du centre d'inertie du satellite en orbite circulaire est uniforme.

- Puisque $d = R = R_{Terre} + h$, avec h l'altitude du satellite $G \frac{M_{Terre}}{d^2} = \frac{v^2}{R}$ soit $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Terre}}{R_{Terre} + h}}$

La vitesse du satellite en orbite circulaire autour de la Terre n'est fonction que de son altitude:

- elle diminue lorsque l'altitude augmente;
- elle est indépendante de la masse m du satellite.



5.4. UNE PERIODE DE REVOLUTION.

La durée T d'un tour complet d'un satellite autour de la Terre, ou période de révolution, se calcule par la relation

$$T = \frac{2.\pi}{v} \quad \text{soit} \quad T = 2.\pi \sqrt{\frac{d^3}{G.M_{\text{Terre}}}} \quad \text{La période d'un satellite augmente avec l'altitude du satellite.}$$

Remarque.

Nous pouvons remarquer que
$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M_{\text{Terre}}} = \text{Cste.}$$

La valeur de cette constante est la même pour tous les satellites de la Terre.

Les lois de Kepler sont également valables pour les planètes: il faut alors considérer le Soleil à la place de la Terre et le référentiel héliocentrique à la place du référentiel géocentrique.

Ainsi, pour toutes les planètes du Soleil, dont la masse est M_{Soleil} , nous avons
$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M_{\text{Soleil}}} = \text{Cste.}$$

Remarque.

La relation
$$\frac{T^2}{d^3} = \text{Cste}$$
 est valable pour les planètes selon la troisième loi de Kepler.

Mais la valeur de cette constante, dans le cas des planètes, est une extrapolation de l'étude du cas particulier des satellites en rotation circulaire autour de la Terre. Or, la première loi de Kepler affirme que les planètes décrivent des ellipses dont le Soleil occupe

l'un des foyers. Rigoureusement, dans le cas des planètes, le rapport
$$\frac{T^2}{d^3}$$
 n'est pas égal à
$$\frac{4.\pi^2}{G.M_{\text{Soleil}}}$$

Mais les observations montrent que, bien que les trajectoires des planètes soient elliptiques, l'excentricité des ellipses est tellement faible pour la plupart d'entre elles que l'on peut considérer, avec une assez bonne précision, que leur mouvement est pratiquement circulaire uniforme. Il est donc possible d'extrapoler le cas particulier du satellite en rotation autour de la Terre au cas des planètes en rotation autour du Soleil.

5.5. CAS PARTICULIER DES SATELLITES GEOSTATIONNAIRES.

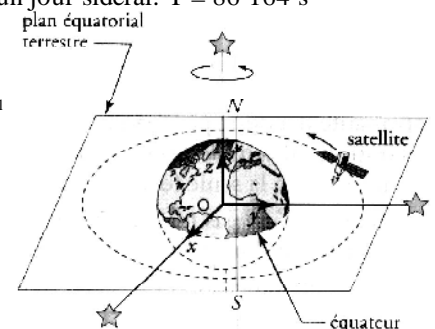
Dans le référentiel géostationnaire, un satellite, dont la révolution s'effectue à une certaine altitude dans le plan de l'équateur terrestre et dans le même sens que celui de la rotation de la Terre, peut avoir une vitesse angulaire de révolution égale à celle de la rotation de la Terre. Il reste alors continuellement à la verticale d'un même point de l'Equateur terrestre. Ce satellite, immobile par rapport à la Terre, est dit géostationnaire.

La période de révolution du satellite doit être égale à la période de rotation de la Terre, soit un jour sidéral: $T = 86\ 164$ s

On peut alors calculer l'altitude h du satellite à partir de la relation:
$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M_{\text{Terre}}}$$

Soit
$$d = \sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_{\text{Terre}}}{4.\pi^2}} = 42\ 200 \text{ km}$$

Or $d = R_{\text{Terre}} + h$ avec $R_{\text{Terre}} = 6\ 400 \text{ km}$ soit $h = 35\ 800 \text{ km}$



Dans le référentiel géocentrique, les satellites géostationnaires évoluent suivant une trajectoire circulaire située dans le plan de l'équateur, à une altitude de 35 800 km.

Ils ont une période de révolution d'un jour sidéral, soit 86 164 s.