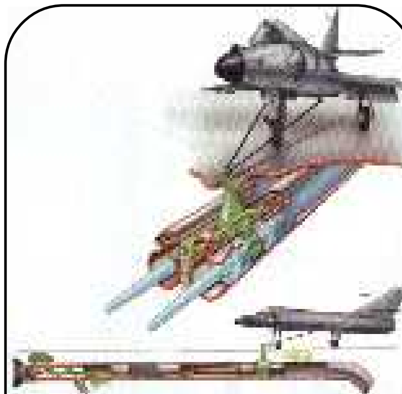
ASPECTS ENERGETIQUES DES SYSTEMES MECANIQUES

1. TRAVAIL D'UNE FORCE CONSTANTE.

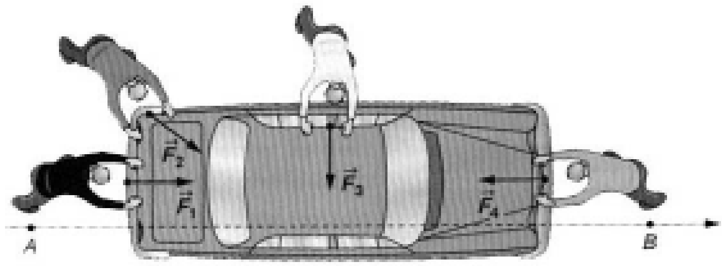
1.1. EFFETS POSSIBLES DU DEPLACEMENT DU POINT D'APPLICATION D'UNE FORCE.

Une force dont le point d'application se déplace peut:
- mettre en mouvement un corps
- modifier sa vitesse, son altitude, sa température;
- pour un système déformable, modifier la forme du corps (temporairement ou définitivement).

Les effets seront d'autant plus importants que la valeur de la force sera grande et qu'elle agira sur une longue distance.



Un avion catapulté sur la piste d'un porte avion.

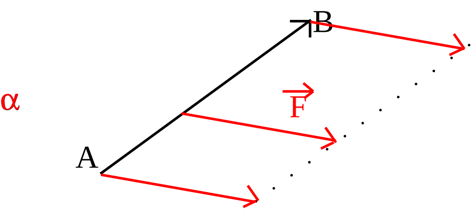


Les quatre personnes qui poussent une voiture de A et B exerçant des forces de même valeur F mais de directions différentes comme l'indique le schéma, n'ont pas la même efficacité dans leur action pour déplacer la voiture de A à B. On dit que les forces F ne produisent pas le même travail.

Ces constatations ont conduit les physiciens à introduire une nouvelle grandeur appelée ***travail d'une force***.

1.2. DEFINITION.

Le travail, notée $W_{AB}(\vec{F})$, d'une force constante $\vec{F}$, lors d'un déplacement rectiligne de son point d'application de A vers B, est égal au produit scalaire de la force $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\vec{AB}$.



$$\mathbf{W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos\alpha}$$

où est l'angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{AB}$.

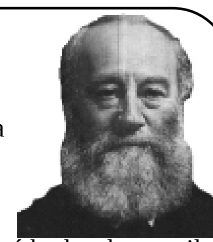
$W_{AB}(\vec{F})$ s'exprime en Joule (J)
F en Newton
AB en mètre.

Ce travail ne dépend pas du trajet suivi par le point d'application de la force.

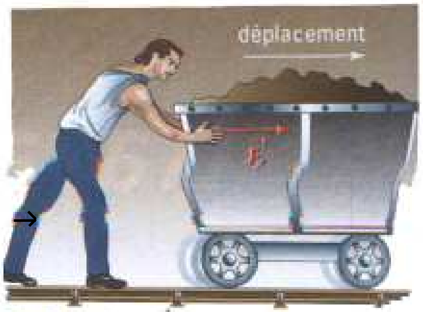
Remarque.
Le travail que nous venons de définir s'appelle aussi travail mécanique. Cette précision permet de distinguer du terme travail utilisé dans le langage courant, qui peut désigner un travail intellectuel, physique, hebdomadaire, etc... Un travail physique peut être épuisant sans pour cela correspondre à un travail mécanique.

Exemple.
Quand l'haltérophile maintient pendant quelques secondes la barre à bout de bras, les forces qu'il exerce sur celle-ci sont très importantes. Comme leur point d'application ne se déplace pas, elles ne travaillent pas. Elles ont seulement travaillé quand le sportif a élevé la barre du sol jusqu'à sa position actuelle. Pourtant, maintenir une telle position n'est pas facile: le travail physique de l'haltérophile est important.

James Prescott Joule
(1818 - 1889)



Né à Manchester, il fut l'élève du grand chimiste anglais John Dalton. Comme bien des bourgeois de l'époque, l'industriel anglais Joule est passionné de sciences, qu'il pratique en amateur. Brasseur de profession, Joule utilisa un dispositif s'inspirant d'une machine à brasser la bière. En 1847, ses expériences établissent avec précision l'équivalence entre travail et chaleur (1 cal = 4,18 J).
Dans le cadre de la révolution industrielle du XIX^e siècle, il participa largement à l'élaboration et à la mise au point des machines thermiques utilisées dans les usines ou dans l'agriculture et qui ont complètement changé les méthodes de travail et de production.
On le connait également pour ses études sur l'effet thermique des courants électriques (loi de Joule)et les moteurs électriques.
On a donné son nom à l'unité de travail d'une force.



Doc. 2 – La force F_1 travaille.

Doc. 3 – La force F_2 ne travaille pas.

Doc. 4 – La force F_3 ne travaille pas.

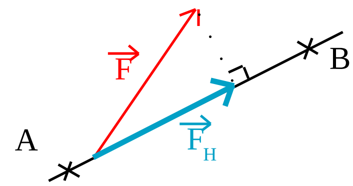
Doc. 5 – La force F_4 travaille.
Son travail est résistant.

Remarque.

On a maintenant une définition précise de l'unité Joule abordée en classe de 3ème, à savoir qu'1 Joule est le travail d'une force de 1 N dont le point d'application se déplace de 1 m selon la direction de la force.

Le déplacement d'un point est relatif à un référentiel, qu'il est impératif de préciser. Il en est de même pour le travail d'une force constante. En général, on suppose par défaut qu'il s'agit d'un référentiel terrestre.

Le produit scalaire $\vec{F}.\vec{AB}$ est aussi égal à $\vec{F_H}.\vec{AB}$: le vecteur $\vec{F_H}$ est le projeté orthogonal de $\vec{F}$ sur l'axe orienté selon $\vec{AB}$.
Nous pouvons alors calculé $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F_H}.\vec{AB}$, le travail de la force $\vec{F}$ au cours du déplacement rectiligne $\vec{AB}$ est égal au travail de son projeté $\vec{F_H}$ sur ce même déplacement



Les vecteur $\vec{F_H}$ et $\vec{AB}$ ayant même direction, cette expression peut faciliter le calcul du travail de la force $\vec{F}$.

1.3. DIFFERENTS CAS.

La valeur de cos appartient à l'intervalle [-1, 1]: le travail $W_{AB}(\vec{F})$ est donc une grandeur algébrique qui peut être positive, négative ou nulle. On classe les travaux en trois catégories:

Si $W_{AB}(\vec{F}) > 0$, le travail est dit ***moteur***.
L'angle est compris dans l'intervalle[0°, 90°]: cos > 0. Le travail est moteur si AB et le projeté orthogonal de la force $\vec{F}$ sur l'axe orienté par $\vec{AB}$ sont de même sens.

Si $W_{AB}(\vec{F}) < 0$, le travail est dit ***résistant***.
L'angle est compris dans l'intervalle[90°, 180°]: cos < 0. Le travail est résistant si AB et le projeté orthogonal de la force $\vec{F}$ sur l'axe orienté par $\vec{AB}$ sont de sens contraire.

Si $W_{AB}(\vec{F}) = 0$, le travail est ***nul***. L'angle vaut 0°: cos = 0. Le travail d'une force est nul lorsque le droite d'action de cette force reste constamment perpendiculaire au déplacement de son point d'application.

Remarque.

Ce dernier résultat est valable pour toute force, pourvu que sa direction reste orthogonale à la trajectoire quelconque de son point d'application. C'est le cas:

- de la force de gravitation agissant sur un satellite en orbite circulaire dans le référentiel géocentrique;
- quand un solide glisse sans frottement sur un support fixe dans le référentiel d'étude, la force $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$ du support sur le solide se limite au vecteur normal $\vec{N}$. La fore tangentielle T est nulle. Le vecteur $\vec{N}$ étant perpendiculaire au déplacement $\vec{AB}$, son travail est nul. En l'absence de frottement, le travail de la force de contact est nul.

1.4. TRAVAIL DU POIDS.

Sur une zone étendue à quelques kilomètres, le poids d'un corps peut être considéré comme une force constante.

Le travail du poids, au cours d'un déplacement du centre de gravité G d'une position A en une position B s'écrit:

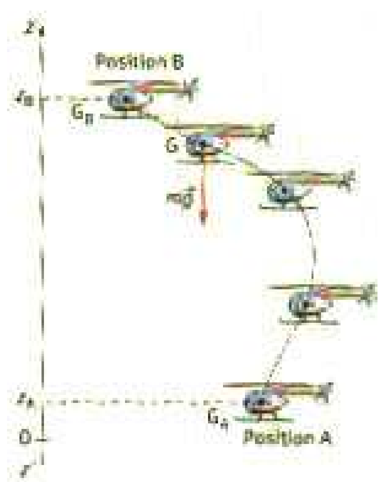
$$W_{AB}(\vec{p}) = \vec{p} . \vec{AB} = \vec{p} . (\vec{AH} + \vec{HB})$$

Soit $W_{AB}(\vec{p}) = \vec{p} . \vec{AH}$, car $\vec{p} . \vec{HB} = 0$.

Seule la composante verticale AH du déplacement intervient.
Comme p = m x g, on obtient finalement:

$$W_{AB}(p) = m \times g \,.\, AH = m \times g \times (z_A - z_B)$$

Lorsque le centre de gravité G d'un corps passe d'un point A à un point B, le travail du poids dépend seulement de l'altitude z_A du point de départ et de l'altitude z_B du point d'arrivée.



2. QU’EST CE QUE L’ENERGIE ?

L’énergie caractérise la capacité à fournir du travail, à donner du mouvement, à modifier la température ou à transformer la matière.

Elle est produite à partir de différentes sources que l’on trouve dans la nature: le bois, le charbon, le pétrole, le gaz, le vent ou le rayonnement solaire. Elle peut prendre différentes formes: chaleur, énergie mécanique ou énergie électrique.....

Ses formes multiples peuvent se transformer l’une en l’autre, par exemple, de chaleur en énergie mécanqiue, dans un moteur de voitre, ou en énergie électrique, dans une centrale électrique au charbon ou au gaz.

3. ENERGIE CINETIQUE.

3.1. ENERGIE CINETIQUE D’UN POINT MATERIEL.

On a trouvé la relation

$$\frac{1}{2}\, m\, .\, v^2 = W(\vec{p})$$

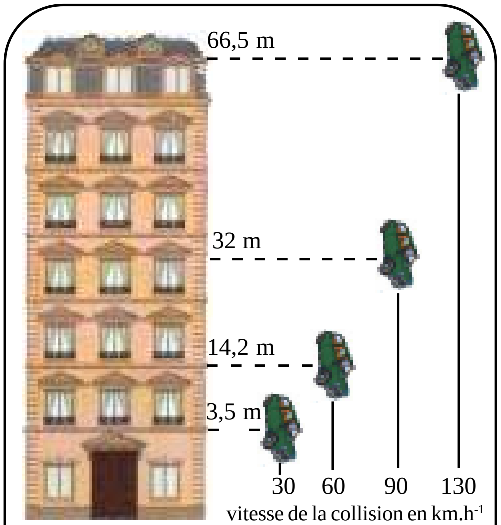
$W(\vec{p})$ représente le travail du poids de la balle effectué au cours de la chute. Cette expression s’exprime donc en Joule, unité de travail et d’énergie.

Ainsi, $^1/_2 m\, .v^2$ représente une énergie: c’est l’énergie acquise par la balle, due à sa vitesse. On l’appelle ***énergie cinétique***.

Définition.
Un point matériel de masse m et de vitesse instantanée v, transporte d’un point à un autre d’un référentiel une grandeur scalaire positive appelée ***énergie cinétique*** qui caractérise son état de mouvement.

$$Ec = \frac{1}{2}\, mv^2$$

avec m en kg, Ec en Joule, v en $m.s^{-1}$.



L’énergie cinétique d’un véhicule roulant à 130 $km.h^{-1}$ est égale à celle qu’aurait ce même véhicule tombant d’un immeuble de 22 étages (66,5 m) lorsqu’il s’écrase au sol.

Remarque.
On constate donc que l’énergie cinétique est doublée si la masse de l’objet est doublée, elle est quadruplée si sa vitesse est doublée.
Ainsi, un choc à 30 $km.h^{-1}$ n’est pas deux fois, mais quatre fois plus destructeur qu’un choc à 15 $km.h^{-1}$!!!
De même, les dégâts causés par un camion sont plus importants que ceux causés par une automobile roulant à la même vitesse.

Enfin, c’est l’énorme énergie cinétique que possède le Titanic, qui le rend incontrôlable lors de la collision avec l’iceberg.

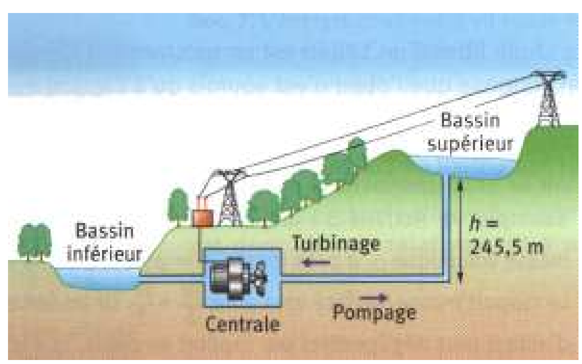
3.2. ENERGIE CINETIQUE D’UN SOLIDE ANIME D’UN MOUVEMENT DE TRANSLATION.

L’énergie cinétique d’un ensemble de points matériels est égale à la somme des énergies cinétiques des points matériels de l’ensemble.

Dans le cas d’un solide de masse M animé d’un mouvement de translation, tous les points du solide ont le même vecteur vitesse, celui du centre d’inertie $\vec{v}_G$.
On peut donc écrire l’énergie cinétique de ce solide sous la forme: $Ec = \frac{1}{2}\, M{v_G}^2$

4. ENERGIE POTENTIELLE.

Un rocher, lors de sa chute, peut écraser une maison. L’eau d’un barrage, lors de sa chute, actionne la turbine de’une centrale électrique. Une avalanche de neige peut provoquer de graves dégâts.



Tous ces corps ont “stocké” une énergie liée à leur altitude, appelée ***énergie potentielle***, qui peut être transformée en énergie cinétique. Cette forme d’énergie est liée à l’interaction gravitationnelle qui existe entre le corps et le Terre: on l’appelle énergie potentielle gravitationnelle.

On distingue diverses formes d’énergie potentielle:

Un ressort comprimé ou un arc tendu possèdent aussi de l’énergie en “réserve”, appelée ***énergie potentielle élastique*** (voir les systèmes oscillants en mécanique). Ainsi, lorsque l’arc se détend, il communiqueà la flèche de l’énergie cinétique.

Un solide placé au voisinage de la Terre, possède, du fait de sa position, une énergie appelée ***énergie potentielle de pesanteur***.

4.1. MISE EN ÉVIDENCE DE L'ÉNERGIE POTENTIELLE DE PESANTEUR.

Nous avons établi la relation: $\Delta Ec = Ec_{(\text{Etat Final})} - Ec_{(\text{Etat Initial})} = \Sigma W_{AB}(\overrightarrow{F_{ext}})$

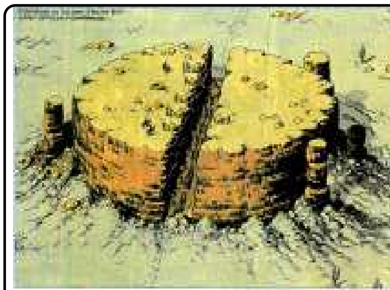
Prenons le cas où on saisit une valise, initialement immobile sur le plancher (A position du centre d'inertie de la valise: $v_A = 0$ et $z = z_A$), à la main, sur lequel on exerce une force F vers le haut, pour la poser sur le support à bagages se trouvant au-dessus de nous. Le centre d'inertie de la valise est ainsi amené à sa position finale (B: $v_B = 0$ et $z = z_B > z_A$).

On peut alors établir:

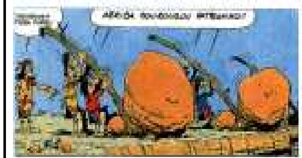
$$Ec = Ec_{(B)} - Ec_{(A)} = \frac{1}{2}m.v_B^{\,2} - \frac{1}{2}m.v_A^{\,2} = 0 = W_{AB}(\vec{F}) + W_{AB}(\vec{p})$$

Ce qui donne: $W_{AB}(\vec{F}) = - W_{AB}(\vec{p}) = - m.g.(z_A - z_B) = m.g.z_B - m.g.z_A$

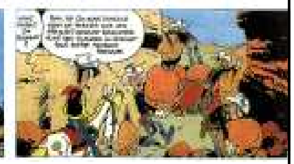
Le travail que l'opérateur effectue pour déplacer le solide peut s'exprimer en fonction des quantités mgz_B et mgz_A donc, de manière générale, en fonction de la quantité mgz qui représente l'***énergie potentielle de pesanteur*** du solide S.



La cavalerie traverse le canyon.



Les rochers du sommet peuvent être bousculés dans le canyon où ils vont acquérir de l'énergie cinétique.



Les rochers du fond du canyon ne peuvent acquérir d'énergie cinétique.

Les rochers possèdent, du fait de leur position par rapport au sol, une énergie en réserve appelée énergie potentielle de pesanteur.

4.2. DÉFINITION.

L'énergie potentielle de pesanteur d'un solide dans l'environnement terrestre est lié à sa position par rapport à la Terre. Elle a pour expression:

$$\mathbf{Ep = m\ .\ g\ .\ z}$$

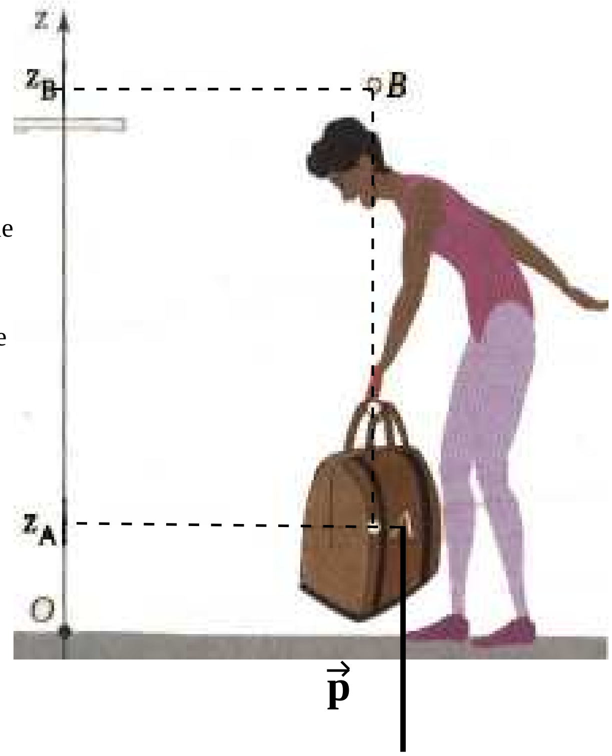
Remarque.

z est la position du centre d'inertie du solide repérée sur un axe Oz vertical, ***dirigé vers le haut***.

L'énergie potentielle de pesanteur s'évalue à partir d'un niveau de référence où elle est nulle, cette référence n'étant pas forcément le sol. Les variations d'énergie potentielle ne dépendent pas de la référence choisie.

La formule de Ep suppose que, dans le domaine où se situe le solide, l'intensité de pesanteur g reste constante. Or, g varie avec l'altitude. En pratique, la formule est applicable tant que les variations de g sont faibles, c'est-à-dire jusqu'à une altitude de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres.

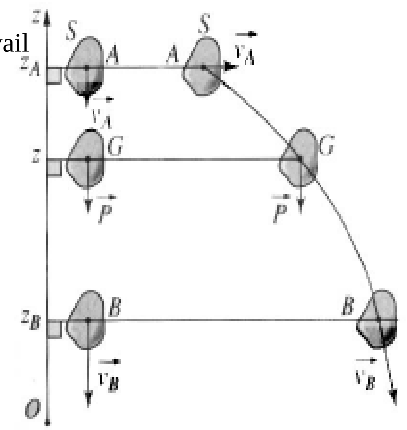
On a donc établit la formule $W_{AB}(\vec{F}) = Ep_{(B)} - Ep_{(A)}$, dans le cas particulier où la variation d'énergie cinétique est nulle. W_{AB}(F) représente le travail qu'un opérateur extérieur (le voyageur) a dû fournir pour faire varier l'énergie potentielle de la valise. ***Le travail apparaît encore ici comme un transfert d'énergie***.



5. ASPECT ENERGETIQUE DU MOUVEMENT D'UN PROJECTILE. Voir Tp Φ 13.

Nous allons maintenant aborder d'un point de vue énergétique le mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme. Dans un chapitre ultérieur, nous aborderons d'un point de vue énergétique les oscillations d'un système solide-ressort horizontal.

On considère un solide S, de poids $\vec{p}$, tombant en chute libre au voisinage de la Terre (chute verticale ou chute parabolique). On applique la relation entre variation d'énergie cinétique et travail des forces dans le référentiel terrestre entre deux positions A et B. Le poids étant la seule force s'exerçant sur le solide:



On a donc:

$$Ec = Ec_{(B)} - Ec_{(A)} = \frac{1}{2} m.v_B^2 - \frac{1}{2} m.v_A^2 = W_{AB}(\vec{p}) = m.g.z_A - m.g.z_B$$

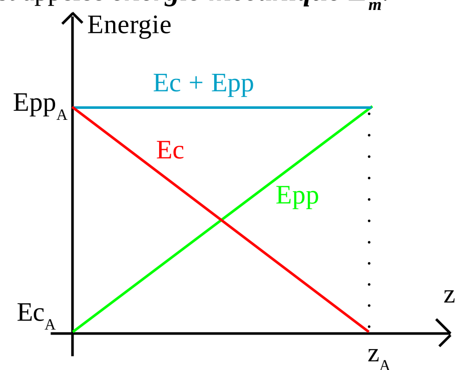
ce qui donne:

$$\frac{1}{2} m.v_B^2 + m.g.z_B = \frac{1}{2} m.v_A^2 + m.g.z_A$$

Les positions A et B étant quelconques, pour le solide S:

la quantité $\frac{1}{2} m.v_G^2 + m.g.z_G$, est constante au cours de la chute libre. Cette expression est appelée ***énergie mécanique E_m***.

L'énergie mécanique apparaît comme la somme de deux termes qui ont les dimensions d'une énergie:



- $\frac{1}{2}$ m.v² représente ***l'énergie cinétique Ec***;
- m.g.z représente une énergie liée à l'altitude z du corps; ***l'énergie potentielle de pesanteur Ep***.

D'où $$Ec + Ep = C^{ste}.$$

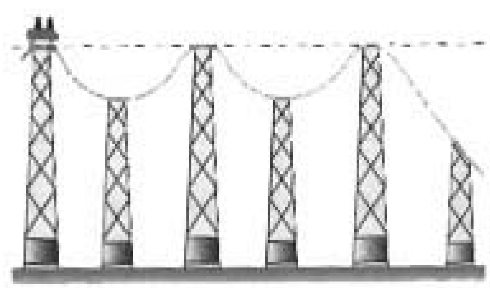
Généralisation.

Soit un solide S qui évolue dans l'environnement terrestre en étant soumis à un ensemble de forces extérieures telles que ***seul le poids du soide effectue un travail non nul***. Une telle hypothèse implique une évolution de S ***sans frottement***. Dans ce cas, et seulement dans ce cas, la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle de pesanteur reste constante:

$$Ec + Epp = C^{ste}.$$

Transformation d'énergie.

Les montagnes russes utilisent le principe de la conservation de l'énergie mécanique, dans le cas idéalisé d'un ***mouvement sans frottement***. On est libre de disposer les rails de n'importe quelle façon, à condition qu'aucun point ne soit plus élevé que le point de départ. Si les voitures doivent courir librement jusqu'au but, elles pourront atteindre autant de fois qu'il le désire la hauteur de départ, mais elles ne pourront jamais la dépasser:



- A son point le plus élevé, la vitesse de la voiture est zéro et elle se trouve à la hauteur maximale: elle possède de l'*énergie potentielle*, mais pas d'*énergie cinétique*;
- Quand elle occupe le point le plus bas, aucune distance ne la sépare du sol et sa vitesse atteint le maximum: elle possède la plus grande *énergie cinétique*, mais aucune *énergie potentielle*.

Remarque.

Si, en plus du poids $\vec{p}$, une force de frottement s'exerce sur le solide ou sur le système, la somme Ec + Epp ne demeure pas constante mais elle diminue.

Le principe de la conservation de l'énergie mécanique n'est plus applicable, dans le cas réel d'un ***mouvement avec frottement***. Par exemple, pour nu solide ayant atteint sa vitesse limite du chute dans un fluide visqueux, son énergie cinétique ne varie plus. En revanche, son énergie potentielle diminue. Il en est de même de son énergie mécanique.