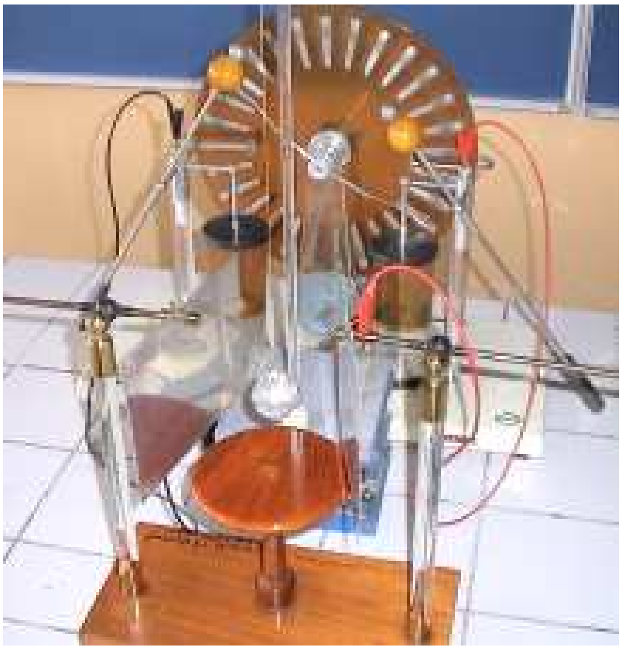
DIPOLE RC

1. DESCRIPTION D'UN CONDENSATEUR.

1.1. LE CARILLON ELECTROSTATIQUE.

On réalise le montage ci-contre. On utilise une machine de Winshurst. On observe (par influence puis par contact) que la boule d'aluminium va osciller et cogner entre les deux plaques de métal.



Il y a bien une accumulation de charges de signes opposés sur les deux plaques: on vient de réaliser un condensateur.

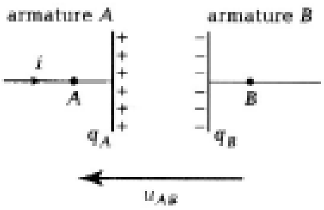
1.2. LE CONDENSATEUR.

Dans les dispositifs électroniques il existe une grande variété de condensateurs.

Un condensateur comporte deux armatures constituées de plaques ou de films métalliques planes séparées par un isolant appelé diélectrique.

Un condensateur à papier présente deux feuilles métalliques, les armatures, séparées par une feuille de papier paraffuné jouant le rôle de diélectrique (isolant).

Le symbole du condensateur correspond à une modélisation de ses éléments.



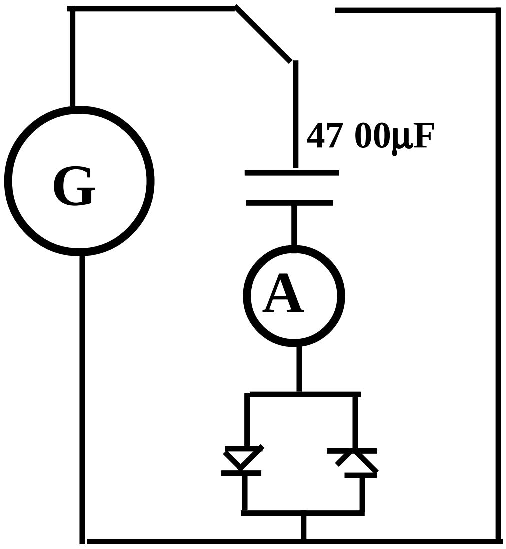
2. RELATION ENTRE CHARGE ET INTENSITE.

Rappel.

L'intensité est une grandeur algébrique:
- elle est comptée positivement si le courant circule dans le sens choisi;
- elle est négative si le courant circule dans l'autre sens.

Expérience.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, la lampe s'éclaire, puis s'éteint progressivement. Un courant transitoire apparaît dans le circuit.



On dit que le condensateur se charge et la circulation des charges se traduit donc par:

- un déficit d'électrons sur l'armature A qui se charge positivement; nous notons q la charge portée par l'armature A;
- un excès d'électrons sur l'armature B qui se charge négativement, la charge totale des armatures étant toujours nulle.

L'armature B porte donc la charge - q.

L'intensité du courant i qui arrive sur l'armature d'un condensateur portant la charge q est égale à la dérivée de la charge par rapport au temps:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

i: intensité en ampère (A)
q charge de l'armature en coulomb (C)
t temps en seconde (s).

Cette formule s'applique à condition que le sens positif choisi pour l'intensité i arrive sur l'armature portant la charge q.

Concrétement, si l'intensité est positive ($i > 0$), l'intensité impose donc $dq>0$; effectivement la charge portée par A augment au cours du temps.

si l'intensité est négative ($i < 0$), la relation de définition de l'intensité du courant impose $dq < 0$; effectivement la charge portée par A diminue au cours du temps.

3. CAPACITE D'UN CONDENSATEUR.

A chaque instant, la charge q de l'armature positive est proportionnelle à la tension u aux bornes du condensateur:

$$q = C \times u$$

q charge de l'armature A en coulombs (C)
C capacité en Farads (F)
u tensions en volts (V)

avec C la capacité du condensateur.

4. ENERGIE EMMAGASINEE DANS UN CONDENSATEUR.

Un condensateur de capacité C chargé sous la tension u emmagasine l'énergie:

$$E = \frac{1}{2} Cu^2.$$

et il en restitue lorsqu'il se décharge.

Le stockage et le destockage de l'énergie par un condensateur ne peuvent pas s'effectuer instantanément.

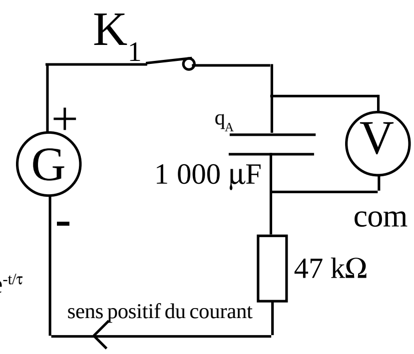
5. EVOLUTION DE LA TENSION AUX BORNES D'UN CONDENSATEUR. Voir Tp Φ 6.

5.1. CHARGE D'UN CONDENSATEUR PAR UN ECHELON DE TENSION E.

Equation différentielle au cours du régime transitoire.

En respectant les conventions d'orientations du schéma du circuit:

- Le signe de l'intensité i du courant lors de la charge est positif



- $u_R = R \times i$
- $q = C \times u_C$; $\quad - \; i = \dfrac{dq}{dt}$ soit $i = C \times \dfrac{d\,u_C}{dt}$ soit $u_R = RC\dfrac{d\,u_C}{dt}$
- $u_{Générateur} = u_R + u_C$

Nous obtenons l'équation différentielle: $u_C + RC\dfrac{d\,u_C}{dt} = E$

Solution de l'équation différentielle.

La solution analytique de cette équation est de la forme $u_C = A(1 - e^{-t/\tau})$. $\quad \dfrac{du}{dt} = \dfrac{A\,e^{-t/\tau}}{\tau}$

d'où en reportant dans l'équation différentielle: $u + RC\dfrac{du}{dt} = A - Ae^{-t/\tau} + \dfrac{A\,RC}{\tau}e^{-t/\tau} = E$ soit $(A - E) + A\left(\dfrac{RC}{\tau} - 1\right)e^{-t/\tau} = 0$

Ce qui implique A - E = 0, soit A = E et $\tau = RC$

Finalement la solution de l'équation différentielle s'écrit $u_C = E\,(1 - e^{-t/\tau})$ avec $\tau = RC$

Interprétation physique. Dans l'expression précéente, si t tend ver l'infini alors $U_C(t)$ tend vers E. Ce résultat est en adéquation avec l'oscillogramme obtenu, puisque lorsque t tend vers l'infini, le régime eprmanent est atteint. La tension aux bornes du condensateur chargé tend vers alors une asymptote $U_C(t) = E$.

5.2. DECHARGE D'UN CONDENSATEUR PAR UN ECHELON DE TENSION NULLE.

Equation différentielle au cours du régime transitoire.

En respectant les conventions d'orientations du schéma du circuit:

- Le signe de l'intensité i du courant lors de la charge est négatif

- $u_R = R \times i$ $\quad - \; i = \dfrac{dq}{dt}$ soit $i = C \times \dfrac{d\,u_C}{dt}$ soit $u_R = RC\dfrac{d\,u_C}{dt}$
- $q = C \times u_C$; $\quad - \; 0 = u_R + u_C$

On peut en déduire, que l'équation différentielle est de la forme: $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{\tau}u_C = 0$ avec $\tau = RC$

Solution de l'équation différentielle.

La solution analytique de cette équation est de la forme $u_C = A\,e^{-t/\tau}$.

$\dfrac{du}{dt} = -\dfrac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$ d'où en reportant dans l'équation différentielle:

$u + RC\dfrac{du}{dt} = A \times e^{-t/\tau} - \dfrac{A\,R\,C}{\tau}e^{-t/\tau} = 0$ soit $A\left(1 - \dfrac{RC}{\tau}\right)e^{-t/\tau} = 0$ Ce qui implique $1 - \dfrac{RC}{\tau} = 0$, soit $\tau = RC$

Par ailleurs, en tenant compte des conditions initiales, on aura à t = 0, le condensateur est chargé, $u_C = E$, er $u_C = A$, soit A = E

Finalement la solution de l'équation différentielle s'écrit $u_C = E\,e^{-t/\tau}$ avec $\tau = RC$

Interprétation physique. Dans l'expression précéente, si t tend ver l'infini alors $U_C(t)$ tend vers 0. Ce résultat est en adéquation avec l'oscillogramme obtenu, puisque lorsque t tend vers l'infini, le régime eprmanent est atteint. La tension aux bornes du condensateur chargé tend vers alors une asymptote $U_C(t) = 0$.

6. EVOLUTION DE L'INTENSITE DU COURANT QUI CIRCULE DANS LE CIRCUIT. Voir Tp Φ 7.

6.1. AU COURS DE LA CHARGE DU CONDENSATEUR.

On rappelle la relation qui lie l'intensité i(t) du courant de charge et la tension u_C aux bornes du condensateur du condensateur.

$i = C \times \frac{d\,u_C}{dt}$ On en déduit l'expression de i(t), puisque $u_C = E\,(1 - e^{-t/t})$

soit $i = \frac{E}{R}\,e^{-t/t}$ de la forme $i(t) = D \times e^{-t/t}$, avec $D = \frac{E}{R}$

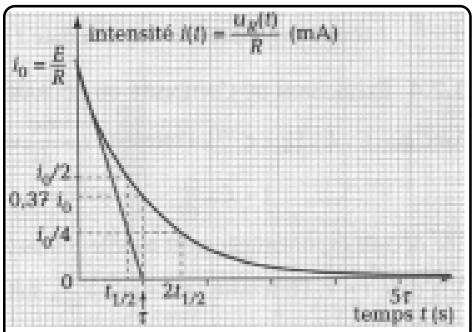


Schéma (2)

Aux bornes de la résistance du circuit, on peut visualiser directement les variations de la tension; soit indirectement les variations de l'intensité i(t) au cours du temps, puisque d'après la loi d'Ohm $u_R = R \times i$.

L'intensité du courant est maximale pour t = 0 et a pour valeur $i_{max} = \frac{E}{R}$ Cette valeur dépend de la résistance.

puis, diminue progressivement, pour atteindre, lorsque le condensateur est totalement chargé, la valeur de l'intensité du courant qui circule dans le circuit est nulle.

Interprétation physique. Lorsqu'on ferme un circuit comprenant un dipôle RC soumis à un échelon de tension, le courant traverse le circuit pendant la charge du condensateur, puis l'intensité s'annule: le condensateur ne laisse plus apsser le courant électrique.

6.2. AU COURS DE LA DECHARGE DU CONDENSATEUR.

On rappelle la relation qui lie l'intensité i(t) du courant de charge et la tension u_C aux bornes du condensateur du condensateur.

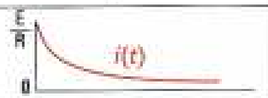
$i = C \times \frac{d\,u_C}{dt}$

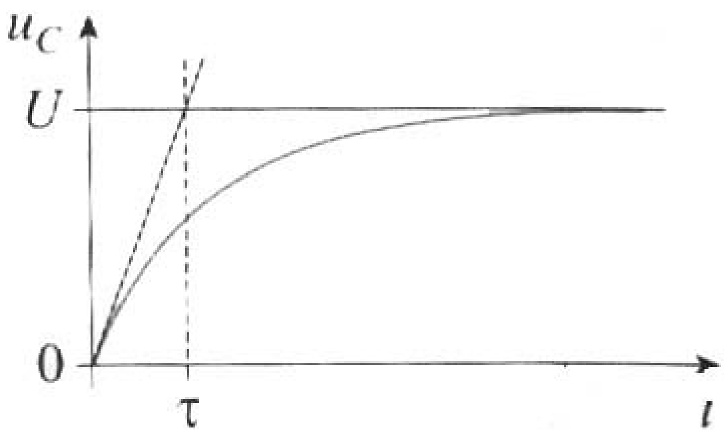
On en déduit l'expression de i(t), puisque $u_C = E\,e^{-t/t}$

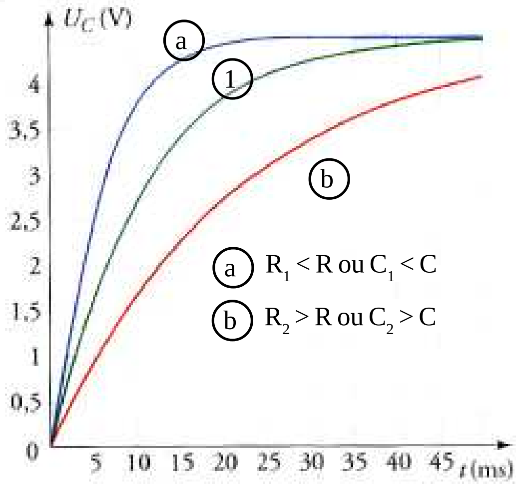
soit $i = -\frac{E}{R}\,e^{-t/t}$ de la forme $i(t) = G \times e^{-t/t}$, avec $G = -\frac{E}{R}$

Interprétation physique. Lorsqu'on ouvre un circuit comprenant un dipôle RC soumis à un échelon de tension, le courant traverse le circuit pendant la décharge du condensateur, puis l'intensité s'annule. Au cours de la décharge du condensateur, le courant passe dans le sens opposé à celui qu'il avait au cours de la charge.

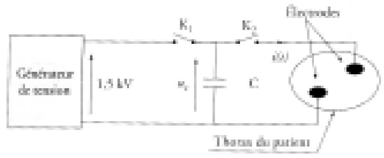
7. EN RESUME

	Charge du condensateur	Décharge du condensateur
Allure de la courbe $u_C(t)$		
Expression de $u_C(t)$	$u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$	$u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{RC}}$
Expression de $i(t)$	$i(t) = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}}$	$i(t) = -\frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}}$
Allure de la courbe $i(t)$		





7. LES APPLICATIONS.



- le défibrillateur cardiaque est un appareil utilisé en médecine d'urgence. Il permet d'appliquer un choc électrique sur le thorax d'un patient, dont les fibres musculaires du coeur se contractent de façon désordonnée (fibrillation).
Il peut être représenté de façon simplifiée par le schéma suivant:
Lors de la mise en fonction du défibrillateur, le manipulateur obtient la charge du condensateur en fermant l'interrupteur K_1 (l'interrupteur K_2 étant ouvert).
Dès que le condensateur C est chargé, le manipulateur peut envoyer le choc électrique en connectant le condensateur aux electrodes posées sur le thorax du patient. il choisit alors le niveau d'énergie du choc électrique qui sera administré au patient.

Un flash électronique est alimenté par deux piles de 1,5 V. Par un dispositif électronique on élève la tension qui permet de charger un condensateur.

Le stimulateur cardiaque. Lorsque le coeur ne remplit plus correctement son rôle, la chirurgie permet d'implanter dans la cage thoracique un stimulateur cardiaque qui va forcer le muscle cardiaque à battre régulièrement en lui envoyant des petites impulsions électriques par l'intermédiaire de sondes. Il peut être modélisé par un condensateur qui se charge, grâce à une pile, très rapidement. Un transistor joue le rôle de l'interrupteur qui, lorsqu'il bascule dans le mode de décharge, permet au condensateur de se décharger lentement. A cet instant, on envoie une impulsion électrique vers les sondes qui la transmettent en coeur: on obtient alors un battement. Et ainsi de suite...