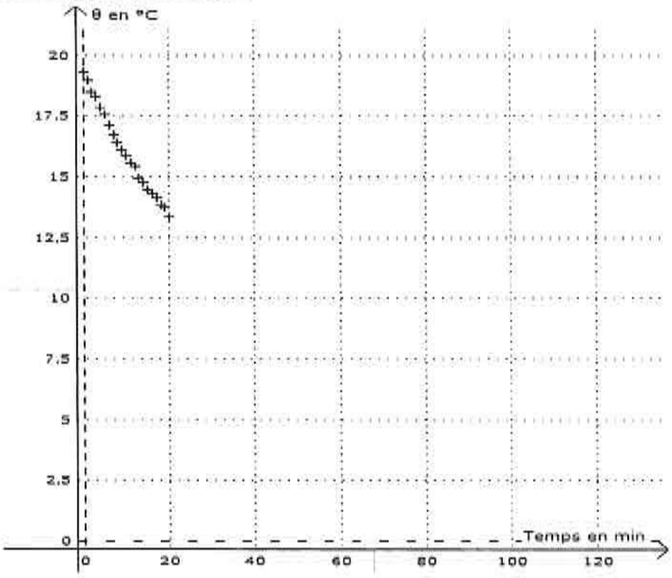
Partie B - Mise en température avant observation

Lors d'une observation astronomique, l'un des problèmes auxquels sont confrontés les astronomes est la turbulence de l'air. Elle apparaît lorsque l'air n'est plus un milieu homogène. La lumière ne se propage alors plus tout-à-fait en ligne droite et l'image de ce que l'on observe est déformée. La turbulence peut avoir plusieurs origines. L'une d'elles est la *turbulence instrumentale*, qui se produit lorsque l'instrument d'optique utilisé et l'air environnant ne sont pas à la même température. Il est ainsi conseillé de mettre l'instrument « *en température* », c'est-à-dire de le sortir suffisamment à l'avance sur le site d'observation afin que sa température s'écarte de moins de 1 °C de la température de l'air extérieur.

L'astronome cherche à savoir si une durée de deux heures pour la mise en température de son instrument est suffisante pour limiter la turbulence instrumentale.

Pour cela, à l'instant $t = 0$, il met la lunette en contact avec l'air extérieur et mesure sa température pendant 20 minutes à intervalles de temps réguliers. Les résultats sont représentés sur le graphique ci-contre.

Il utilise ensuite une modélisation théorique afin de prédire l'évolution de la température sur des durées plus longues.



Loi de Newton

Le flux thermique Φ entre un système à la température θ et un thermostat à la température θ_e est proportionnel à la différence de température $(\theta_e - \theta)$.

$$\Phi = h\,S\,(\theta_e - \theta)$$

Φ : flux thermique (W)
h : coefficient d'échange thermique ($W \cdot m^{-2} \cdot °C^{-1}$)
S : aire de la surface d'échange entre le corps et le thermostat (m^2)
θ : température du corps (°C)
θ_e : température du thermostat (°C)

Cette loi modélise correctement les échanges dominés principalement par la convection.

Données :

- Température initiale de la lunette : $\theta_0 = 19{,}5$ °C à la date $t = 0$.
- Température extérieure, supposée constante : $\theta_e = 9{,}0$ °C.
- Lorsque un système incompressible au repos subit une variation de température $\Delta\theta$, sa variation d'énergie interne est donnée par la relation $\Delta U = C\,\Delta\theta$ (C étant sa capacité thermique).
- Rappel mathématique : $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$

Modélisation théorique

Le système étudié est la lunette astronomique. Il est en contact avec l'air extérieur qui joue le rôle de thermostat.

On considère qu'à chaque instant de date t les différents constituants de la lunette sont à la même température $\theta(t)$.

La modélisation utilisée s'appuie sur la loi de Newton (Cf. encadré ci-dessus).

11. Indiquer le sens du transfert thermique qui a lieu au cours du refroidissement de la lunette.

12. Enoncer le premier principe de la thermodynamique.

13. Montrer que la variation de la température $\Delta\theta$ de la lunette sur une petite durée Δt vérifie la relation :

$$C\,\Delta\theta = h\,S\,(\theta_e - \theta)\Delta t \qquad (1)$$

C étant la capacité thermique de la lunette.

14. En déduire que la température $\theta(t)$ de la lunette vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{\theta(t)}{\tau} = \frac{\theta_e}{\tau} \qquad (2)$$

où τ est le temps caractéristique du refroidissement, dont on précisera l'expression.

La solution de l'équation différentielle (2) est de la forme :

$$\theta(t) = A\,e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{avec } A \text{ et } B \text{ deux constantes}$$

15. Indiquer la valeur que devrait avoir la température de la lunette à l'issue du refroidissement. En déduire la valeur de la constante B.

16. Déterminer la valeur de la constante A, en fonction de θ_0 et θ_e, en raisonnant sur la valeur de la température initiale de la lunette.

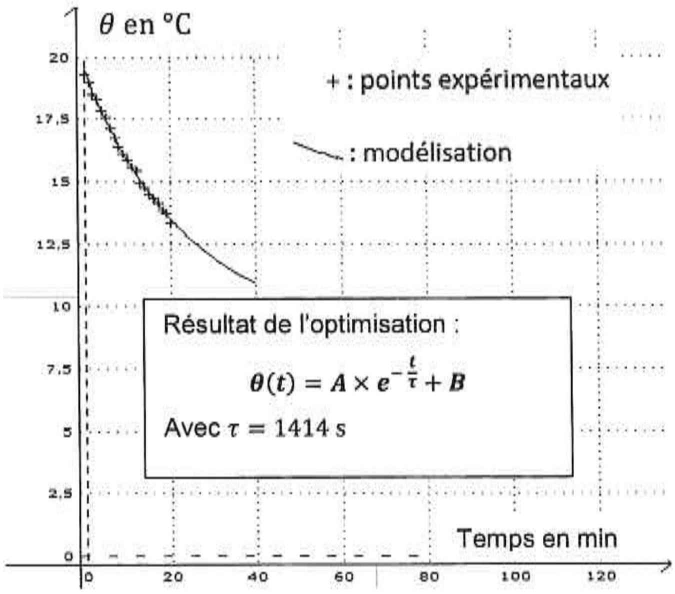
Simulation

La solution de l'équation différentielle a été utilisée pour réaliser un tracé sur la base des points expérimentaux, en laissant comme paramètre libre τ.

Les valeurs de A et B ont été fixées respectivement à 10,5 °C et 9,0 °C.

Le résultat est optimisé pour une valeur de $\tau = 1414$ s (Voir graphique ci-contre).

Sur le graphique ci-contre, les points expérimentaux sont représentés par des '+' et le modèle théorique optimisé est représenté par la courbe en trait plein.



17. Discuter qualitativement l'accord du modèle théorique avec les résultats expérimentaux.

18. En utilisant le résultat de l'optimisation, vérifier que la lunette peut être considérée comme « à température » à la date t = 2,0 h