

Exercices sur la loi de Newton

Rappel:

Si on considère un système à une température θ en contact avec un fluide qui représente le milieu extérieur à la température θ_e , l'évolution de la température de ce système est difficile à modéliser, car plusieurs modes de transferts (conduction, rayonnement...) thermiques interviennent.

MAIS si on se place dans les hypothèses suivantes:

- le système est incompressible à la température θ
- le système échange de l'énergie uniquement par transfert thermique convectif ;
- avec le milieu extérieur de température T_e constante, appelé thermostat.
- un des deux étant fluide
- le système est au repos macroscopique sans échange de matière avec l'extérieur

Une loi, dite loi de Newton, modélise le flux thermique convectif par la relation $\Phi = h \times S \times (T_e - T)$ avec h le coefficient d'échange convectif entre le système et le milieu extérieur. Il dépend notamment de la nature du fluide.

1 La gourde du randonneur : du passé au présent

Exploiter des informations ; effectuer des calculs ; discuter un modèle.

Avant l'arrivée des bouteilles isothermes en acier, les gourdes étaient souvent de simples bouteilles en aluminium anodisé. Un randonneur remplit une telle gourde, de masse $m_1 = 172$ g, d'une boisson chaude de masse $m_2 = 750$ g à la température $\theta_1 = 50$ °C. La température de l'air extérieur est $\theta_e = 5$ °C, supposée constante : l'air extérieur est un thermostat. On considère le système (boisson et gourde) comme un système incompressible de température uniforme, de surface $S = 4,0 \times 10^{-2}$ m². Par conduction thermique, la surface externe de la gourde atteint très rapidement la température initiale de la boisson sans prélèvement d'énergie.

1. Identifier le fluide qui échange de l'énergie par convection avec le système, puis effectuer un bilan quantitatif d'énergie pour ce système.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température θ du système.
3. Résoudre cette équation différentielle et montrer que l'évolution de la température au cours du temps est donnée par la relation : $\theta = (\theta_1 - \theta_e) \times e^{-\frac{h \times S}{(m_1 + m_2) \times c} \times t} + \theta_e$, avec t en seconde et θ en degré Celsius
4. En ne considérant que le seul transfert thermique par convection, calculer la température de la boisson dans la bouteille au bout de 2 heures, le flux étant supposé constant. Conclure.
5. Les gourdes isothermes actuelles, en acier, peuvent désormais maintenir les boissons chaudes pendant 12 heures dans des conditions hivernales. Ce type de gourde comporte une double enveloppe d'acier comprenant une épaisseur vide d'air. Expliquer pourquoi il est possible de maintenir ainsi la température d'une boisson chaude au cours d'une durée si importante.



Données

- Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$ avec Φ le flux convectif entre le milieu extérieur et le système, et h le coefficient d'échange convectif dans l'air ($h = 10$ W · m⁻² · °C⁻¹).
- Capacité thermique massique du système étudié : $c = 3,6 \times 10^3$ J · kg⁻¹ · °C⁻¹.
- On néglige tout transfert thermique autre que convectif.

2 Comprendre la loi de Newton

Mobiliser et organiser ses connaissances.

Le flux thermique transféré entre un système en convection et un thermostat, milieu extérieur à température constante, est modélisé par la loi de Newton :

$$\Phi = h \times S \times (T_e - T)$$

- Indiquer ce que représentent les grandeurs S , T_e et T dans cette loi et préciser les unités de h et Φ .

3 Exploiter la loi de Newton

Effectuer des calculs.

La paroi d'un système incompressible à la température $T = 323$ K est mise en contact avec un fluide à la température constante $T_e = 293$ K.

On suppose ici que le coefficient d'échange convectif h du fluide est 10 W · m⁻² · K⁻¹.

- Calculer le flux convectif Φ entre le système et l'extérieur à travers une paroi dont la surface est $S = 1,0$ m².

Donnée

Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (T_e - T)$.

4 Effectuer un bilan d'énergie (1)

Mobiliser et organiser ses connaissances.

1. À partir de la loi de Newton, exprimer le transfert thermique Q effectué par convection entre un système incompressible à la température θ et le milieu extérieur à la température constante θ_e (ou thermostat) pendant la durée Δt . Le système ou le milieu extérieur est fluide.
2. Exprimer Q en fonction de la masse m du système, de sa capacité thermique massique c et de la variation de température $\Delta\theta$.
3. Déduire des relations précédentes l'équation différentielle vérifiée par la température θ .

Utiliser le réflexe 1

Donnée

Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$.

5 Effectuer un bilan d'énergie (2)

Faire un schéma adapté.

Une tasse de café est réchauffée dans un four à micro-ondes.

1. Schématiser la situation en faisant apparaître tous les flux thermiques échangés entre le système (tasse et café) et le milieu extérieur.
2. Identifier le fluide qui échange de l'énergie par convection avec le système.
3. Effectuer le bilan d'énergie pour ce système incompressible, puis comparer les flux mis en jeu.

Donnée

On néglige tout transfert sous forme de travail et de transfert thermique avec le plateau support.

6 Résoudre une équation différentielle

À la sortie du four, un gâteau dans son moule est à la température $\theta_1 = 180$ °C. Le système (gâteau et moule) est laissé à la température ambiante constante de $\theta_e = 20$ °C.



L'équation différentielle vérifiée par la température du système est : $\frac{d\theta}{dt} = a \times (\theta - \theta_e)$.

Dans cette relation, a est une constante négative qui dépend du système et du fluide étudiés.

1. Montrer, en résolvant l'équation différentielle, que $\theta = \theta_e + (\theta_1 - \theta_e) \times e^{a \times t}$.
2. Quelle sera la température du gâteau une heure après sa sortie du four ?

Utiliser le réflexe 2

Données

• Dans la situation étudiée, $a = -3,8 \times 10^{-4}$ s⁻¹.

5 Connaître les critères de réussite

Un biberon à la bonne température

Utiliser un modèle pour prévoir ; effectuer des calculs.

On trouve sur la notice d'un chauffe-biberon : « Chauffe un biberon sorti du réfrigérateur en moins de trois minutes. Le lait est constamment mélangé pendant qu'il chauffe, afin d'éviter la formation de points chauds. »

On étudie le transfert thermique convectif Q entre le lait et un chauffe-biberon maintenant les parois du biberon à la température constante $\theta_e = 50$ °C.



1. À l'aide de la loi de Newton, exprimer le transfert thermique Q effectué par convection entre le système (lait) et le milieu extérieur constituant un thermostat, pendant la durée Δt .
2. Donner l'expression de Q en fonction de la masse m du système, de sa capacité thermique massique c et de sa variation de température $\Delta\theta$.
3. Déduire des relations précédentes l'équation différentielle vérifiée par la température θ du lait.
4. Montrer que l'expression $\theta = (\theta_1 - \theta_e) \times e^{a \times t} + \theta_e$ est solution de l'équation différentielle avec $a = \frac{h \times S}{m \times c}$ et θ_1 la température initiale du lait.
5. Un biberon contenant du lait à la température $\theta_1 = 5$ °C est placé dans le chauffe-biberon.
 - a. Au bout de quelle durée peut-il être donné à la température de 30 °C au nourrisson ?
 - b. La durée obtenue est-elle conforme aux données du fabricant ?

Données

- On néglige tout transfert thermique autre que convectif entre le système et le milieu extérieur.
- Surface d'échange du lait dans le biberon : $S = 270$ cm².
- Coefficient d'échange convectif du lait dans les conditions d'utilisation du chauffe-biberon : $h = 300$ W · m⁻² · °C⁻¹.
- Capacité thermique massique du lait : $c = 4,2 \times 10^3$ J · kg⁻¹ · °C⁻¹.
- Masse du lait dans le biberon : $m = 350$ g.
- Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$.