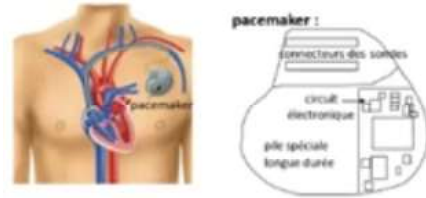


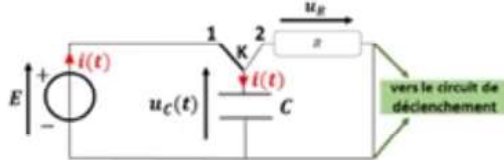
CIRCUIT RC

Exercice 1. Un condensateur pour générer des impulsions: le pacemaker.

Notre coeur se contracte plus de 100 000 fois par jour. Il bat 24h sur 24 pendant toute notre vie, entre 60 et 80 fois par minute, grâce à un simulateur naturel: le noeud sinusal. Lorsque celui-ci ne remplit plus correctement son rôle, la chirurgie permet aujourd'hui d'implanter dans la cage thoracique un stimulateur cardiaque artificiel (appelé aussi pacemaker) qui va forcer le muscle cardiaque à battre régulièrement en lui envoyant de petites impulsions électriques par l'intermédiaire de sondes.



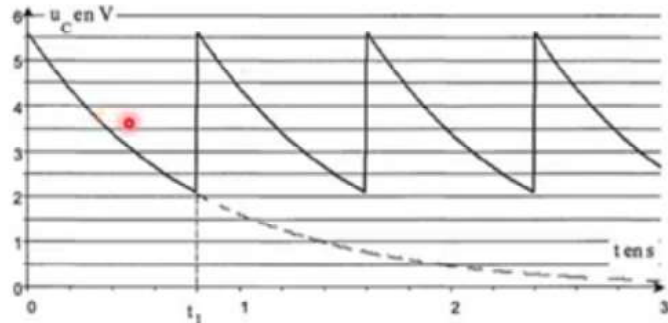
Le pacemaker est en fait un générateur d'impulsions; il peut être modélisé par le circuit électrique ci-contre avec un condensateur de capacité $C = 470 \text{ nF}$, un conducteur ohmique de résistance R élevée, une pile spéciale de force électromotrice E et un transistor qui joue le rôle d'interrupteur (K). Quand l'interrupteur est en position (1) le condensateur se charge de façon quasi-instantanée. Puis, quand l'interrupteur bascule en position (2), le condensateur se décharge lentement à travers le conducteur



ohmique de résistance R , jusqu'à une valeur limite $u_{c,lim} = \frac{E}{e}$ avec $\ln(e) = 1$ où \ln représente le logarithme népérien.

A cet instant, le circuit de déclenchement envoie une impulsion électrique vers les sondes qui la transmettent au coeur: on obtient alors un battement ! Cette dernière opération terminée, l'interrupteur bascule à nouveau en position (1) et le condensateur se charge, etc

La tension u_c aux bornes du condensateur a alors au cours du temps l'allure indiquée sur la courbe suivante:



1. Sur la courbe de $u_c(t)$, colorier la (ou les) portion(s) qui correspondent à la charge du condensateur. Comment voit-on graphiquement que le condensateur se charge de manière instantanée ?
 2. Déterminer la valeur de E sur la courbe $u_c(t)$.
 3. Montrer que lors de la décharge, l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c est de la forme: $\frac{d u_c}{d t} + \frac{1}{\tau} u_c = 0$
 4. Préciser l'expression de τ et montrer que τ est homogène à un temps.
 5. Déterminer graphiquement sur la courbe de $u_c(t)$ la valeur de τ . En déduire la valeur de R .
 6. Résoudre l'équation différentielle et donner l'expression de $u_c(t)$, en fonction de E et τ , de la courbe en pointillé sur le graphique (courbe de décharge en supposant qu'elle se poursuit jusqu'à la décharge complète du condensateur).
- La suite de l'exercice à vous d'essayer de la comprendre sur la vidéo.

Exercice 2. Un microaccélérateur capacitif.

Un type d'accéléromètre, comportant un micro-capteur capacitif, est utilisé dans des smartphones, des drones ou même dans des prothèses auditives implantées dans l'oreille interne. On peut modéliser certains de ces accéléromètres par une série de condensateurs plans dont les capacités varient en fonction de l'accélération que subit le capteur.

La première partie de l'exercice porte sur l'étude d'un microaccéléromètre capacitif. Dans la seconde partie, un dispositif expérimental capacitif est étudié.

Données

- Permittivité diélectrique de l'air $\epsilon = 8,9 \mu\text{F.m}^{-1}$
- Permittivité diélectrique du polyéthylène $\epsilon_{pe} = 1,9 \mu\text{F.m}^{-1}$
- La capacité C d'un condensateur plan idéal s'exprime en fonction de l'écart d entre les armatures, de la surface S des armatures en regard et de la permittivité diélectrique ϵ du milieu situé entre les armatures. Son expression est : $C = \epsilon \frac{S}{d}$

L'accéléromètre capacitif ADXL330 est modélisé par un ensemble de condensateurs plans. Lorsque ce capteur est soumis à une accélération, la géométrie des condensateurs change, ce qui provoque la variation de leurs capacités ; l'accélération est déduite de la valeur de la capacité de l'ensemble à l'aide d'un étalonnage.

L'accéléromètre étudié est composé d'une partie mobile qui peut se déplacer par rapport au support le long de l'axe de mesure XX' (voir figure 1). La partie mobile et le support forment deux peignes enchevêtrés l'un dans l'autre. La partie mobile, appelée masse mobile, est reliée au support par deux barres flexibles qui jouent le rôle de ressorts. Les tiges des peignes qui sont en regard les unes des autres constituent les armatures d'un ensemble de condensateurs plans élémentaires. Ce dispositif est extrêmement miniaturisé : sa taille typique est de l'ordre de quelques millimètres et son épaisseur de l'ordre de $1 \mu\text{m}$.

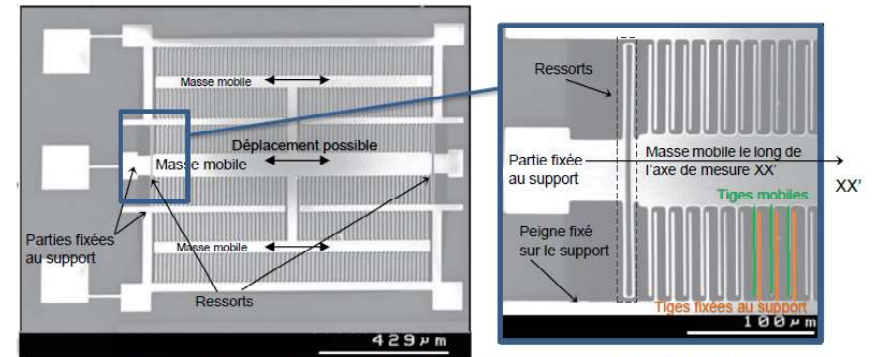


Figure 1. Images au microscope électronique à balayage de l'accéléromètre ADXL330 (le support apparaît en gris et le dispositif en relief apparaît en blanc).

Source « A MEMS Capacity Accelerometer middle ear » M.A. Zurcher.

Si le support subit une accélération dans le référentiel terrestre, alors la masse mobile se déplace par rapport au support. Les peignes en regard se décalent, faisant varier ainsi les valeurs des capacités des condensateurs élémentaires, comme illustré sur la figure 2.

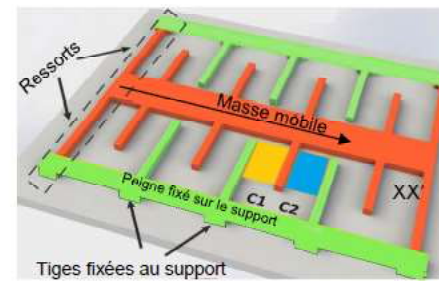


Schéma (a). Support n'étant pas soumis à une accélération: les deux condensateurs élémentaires ont la même capacité $C_1 = C_2 = C_0$

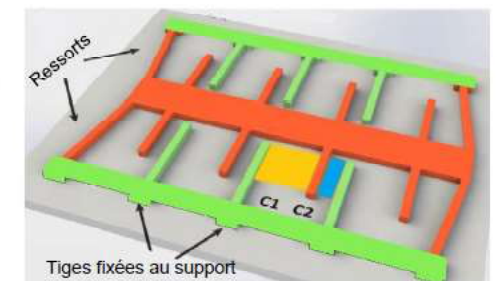
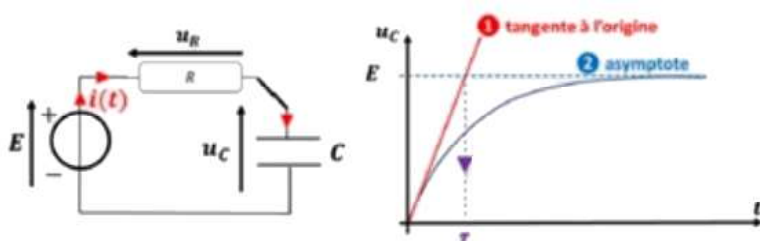


Schéma (a). Support soumis à une accélération: les deux condensateurs élémentaires ont des capacités différentes $C_1 \neq C_2$

1. En utilisant les images prises au microscope électronique, évaluer l'ordre de grandeur de la distance entre deux tiges successives du peigne fixé au support.
2. En déduire une estimation de l'ordre de grandeur de la capacité C_0 d'un condensateur élémentaire lorsque le support n'est soumis à aucune accélération, sachant que l'on considère que le milieu situé entre les armatures est l'air et que le condensateur élémentaire est un condensateur plan idéal dont la surface des armatures en regard vaut $65 \mu\text{m}^2$. Comparer aux ordres de grandeur des valeurs usuelles de capacités.
3. Dans la configuration du schéma (b) de la figure 2, comparer les valeurs des capacités C_1 et C_2 . Justifier.
4. La tension électrique de sortie U_s délivrée par l'accéléromètre capacitif est une fonction affine de la valeur de la coordonnée a_x du vecteur accélération du capteur suivant l'axe de mesure XX' : $U_s = U_0 + B \times a_x$.
Pour l'accéléromètre ADXL330, $U_0 = 1,50 \text{ V}$ est la tension électrique lorsque le capteur n'est soumis à aucune accélération et $B = 0,0306 \text{ Vm}^{-1}\text{s}^2$ est la sensibilité du capteur. Ce capteur est embarqué dans un drone en mouvement rectiligne horizontal. Le drone accélère le long de l'axe de mesure XX' du capteur. À l'instant de la mesure, la tension électrique de sortie de l'accéléromètre capacitif est de $2,02 \text{ V}$.
Comparer la valeur de l'accélération du drone à celle de l'accélération moyenne d'une moto qui passe d'une vitesse nulle à une vitesse de 100 km.h^{-1} en 3 s . Commenter.

Exercice 3. Démontrer $\tau = RC$.

Un condensateur de capacité C est chargé sous une tension E à travers un conducteur ohmique de résistance R (circuit schématisé ci-dessous). La constante de temps τ est un temps caractéristique de la durée de charge. La courbe ci-dessous indique comment mesurer graphiquement τ sur la courbe de l'évolution temporelle de la tension aux bornes $u_C(t)$ du condensateur.



1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ lors de la charge du condensateur initialement déchargé.
2. Résoudre l'équation et donner l'expression de $u_C(t)$ en fonction du temps, de E , C et R .
3. Etablir l'équation de la tangente à l'origine à la courbe de $u_C(t)$.
4. Montrer que l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote correspond au produit $R \times C$.